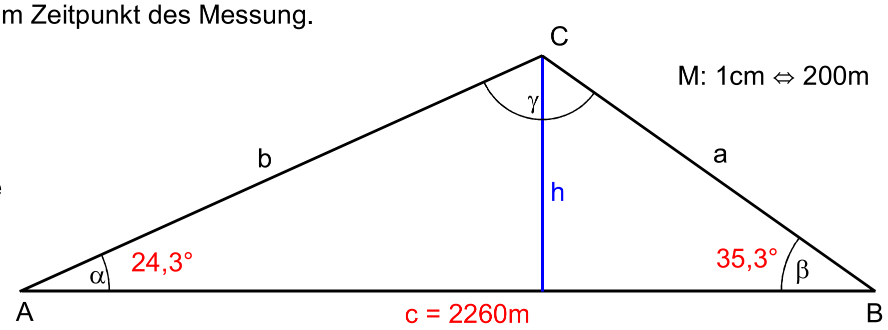
Beispiel aus einem Übungsblatt:

Ein Wetterballon wird von zwei Beobachtungspunkte A, B jeweils in einem Winkel $\alpha = 24{,}3°$ und $\beta = 35{,}3°$ gesehen. Die Punkt A und B liegen in einer vertikale Ebene mit dem Wetterballon und sind 2260m entfernt.

Gesucht die Höhe h des Ballons zum Zeitpunkt des Messung.



1) Für die Berechnung allgemeiner Dreiecke (ohne rechtem Winkel) bietet sich der Sinus-Satz an.

Dafür ist der Winkel γ an der Spitze erforderlich.

$\gamma = 180° - \alpha - \beta =$
$= 180° - 24{,}3° - 35{,}3° = 120{,}4°$

Nun können die Seiten a und b berechnet werden:

$a = c * \sin(\alpha) / \sin(\gamma) = 2260m * \sin(24{,}3) / \sin(120{,}4) = 1078{,}3m$

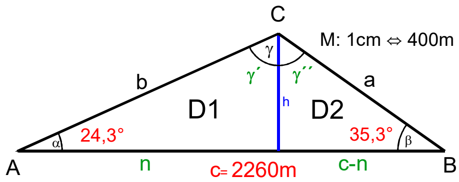
$\sin(\beta) = h / a$ daraus $h = a * \sin(\beta) = 1078m * \sin(35{,}3°) = 623m$

Zur Probe kann die Berechnung von h auch mit der Seite b erfolgen.

$b = c * \sin(\beta) / \sin(\gamma) = 2260m * \sin(35{,}3°) / \sin(120{,}4°) = 1514{,}1m$

$h = b * \sin(\alpha) = 1514{,}1m * \sin(24{,}3°) = 623m$

2) Berechnung ohne Sinus-Satz:



Dazu ist erforderlich das allgemeine Dreieck in zwei rechtwinkelige Dreiecke D1 und D2 zu zerlegen

D1: $\tan(\alpha) = h / n$ >>>> $h = n * \tan(\alpha)$ G1
D2: $\tan(\beta) = h / (c-n)$ >> $h = (c-n) * \tan(\beta)$ G2

$n * \tan(\alpha) = (c-n) * \tan(\beta)$ / Klammer ausrechen

$n * \tan(\alpha) = c * \tan(\beta) - n * \tan(\beta)$ / + n * tan(β)

$n * \tan(\alpha) + n * \tan(\beta) = c * \tan(\beta)$ / links n herausheben

$n * (\tan(\alpha) + \tan(\beta)) = c * \tan(\beta)$ / :(tan(α) + tan(β))

$n = c * \tan(\beta) / (\tan(\alpha) + \tan(\beta)) = 2260m * \tan(35{,}3°) / \tan(24{,}3°) + \tan(35{,}3°) = 1380m$

aus 1. Zeile G1: **h =** $n * \tan(\alpha) = 1380m * \tan(24{,}3°)$ **= 623m**

Kontrolle mit Gleichung G2: **h =** $(c-n) * \tan(\beta) = (2260m - 1380m) * \tan(35{,}3°)$ **= 623m**

Bemerkung: Wetterballone haben eine hohe Aufstiegsgeschwindigkeit von einigen m/s, das bedeutet für dieses Beispiel, dass die Messung total synchron durchgeführt werden und die Ablesung der Winkel an den beiden Theodoliten auf 0,1° genau möglich sein muss. Nach der optischen Verfolgung wurde ab 1960 die Radarortung eingeführt, wo von einem Punkt aus Entfernung, Richtung und Höhenwinkel gemessen werden konnte. Seit 2005 wird die Position mittels GPS-Daten, die vom Messsender gemeinsam mit den Messdaten übertragen werden, bestimmt.

Geöffneter Wettersender für Ballontransport
für Druck-, Feuchte- und Temperaturmessung
aus den Jahren um etwa 1985.