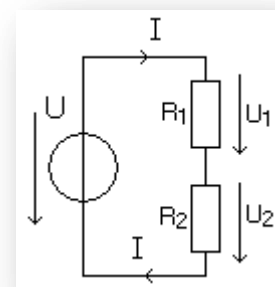


# Schaltungen mit mehreren Widerständen

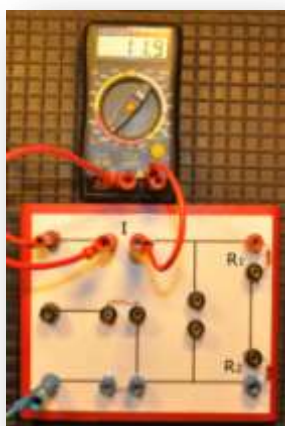


## Serienschaltung von Widerständen

An einer Spannungsquelle sind zwei Widerstände in Serie, also hintereinander geschaltet, angeschlossen. Es fließt ein Strom durch die Widerstände, der an diesen jeweils einen Spannungsabfall bewirkt (siehe Ohmsches Gesetz).



An einem praktischen Versuch sollen die Zusammenhänge von Spannungsquelle, Strom, Einzelwiderstand, Gesamtwiderstand und Spannungsabfälle gemessen werden.



Am rechten Rand ist zwischen den rot-schwarz-Klemmen (oberhalb) und den schwarz-blau-Klemmen (unterhalb) jeweils ein kleiner Widerstand, entsprechend der Schaltung R1 und R2 eingeklemmt. Ober dem Steckbrett ist ein Multimeter zu sehen, das den Strom „I“ misst. Am linken Rand sind eine rote und eine blau Steckbuchse, von denen ein rotes und blaues Kabel zum regelbaren Netzgerät führt, entsprechend der Spannungsquelle in der Schaltung. Die Spannungen an den Widerständen werden mit einem weiteren Multimeter gemessen, das nicht im Bild zu sehen ist.

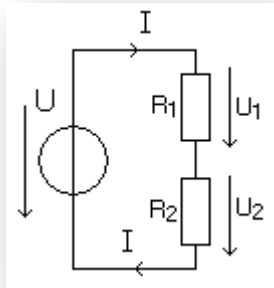
Nr.	$U_{ges}$	I	$U_1$	$U_2$	$U_1+U_2$	$R_1 \text{ err}$	$R_2 \text{ err}$	$R_1+R_2$
	V	mA	V	V	V	$\Omega$	$\Omega$	$\Omega$
1	12,00	12,00	3,91	8,11	12,02	325,8	675,8	1001,6
2	8,00	7,99	2,60	5,40	8,00	325,4	675,8	1001,3
3	4,00	3,98	1,29	2,69	3,98	324,1	675,8	1000,0

Es wurden bei dem Versuch drei Spannungen, 12V, 8V, 4V benutzt, um die Zusammenhänge mehrmals überlegen zu können. Die schwarz eingetragenen Werte sind die Messwerte des Versuches, die dunkelroten Werte sind die daraus errechneten Ergebnisse.

Die Widerstände waren Kohleschichtwiderstände mit  $330\Omega$  ( $R_1$ ) und mit  $680\Omega$  ( $R_2$ ) und mit einer max. Verlustleistung von  $\frac{1}{2} W$  angegeben. Mit dem Ohmmeter wurden für  $R_1$  -  $326\Omega$  und für  $R_2$  -  $678\Omega$  gemessen.

Bei praktischen Versuchen und Messungen ist zu berücksichtigen, dass alle Bauteile Toleranzen bis zu 5% und Messgeräte je nach Gerät eine Messgenauigkeit von etwa 1% haben.

Der Werte des Widerstandes  $R_1$  ist mit  $330\Omega$  angegeben, gemessen wurde er mit  $326\Omega$  und errechnet wurde dieser mit  $325\Omega$ , aber alles in den Toleranzen.



Nun werden die Zusammenhänge genauer betrachtet.

$U_{ges}$	$I$	$U_1$	$U_2$	$U_1+U_2$
V	mA	V	V	V
12,00	12,00	3,91	8,11	12,02

Die Gesamtspannung beträgt 12V, an den Widerständen fallen 3,91V und 8,11V ab. Zusammen ergibt das wieder die 12V Gesamtspannung. Dies ist klar zu erkennen, dass die Spannungsabfälle die Gesamtspannung ergeben muss, denn woher käme eine Differenz?

**Erkenntnis 1:** Die Gesamtspannung „U“ ist die die Summe der Teilspannungen.

Mittels Ohmschen Gesetzes können die Widerstände errechnet werden

$U_{ges}$	$I$	$U_1$	$U_2$	$R_{1\ err}$	$R_{2\ err}$
V	mA	V	V	$\Omega$	$\Omega$
12,00	12,00	3,91	8,11	325,8	675,8

Aus der Tabelle ist zu erkennen, dass  $U_1$  und  $R_1$  kleiner sind und  $U_2$  und  $R_2$  etwas mehr als doppelt so groß sind. Die genauen Verhältnisse ergeben:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{8,11V}{3,91V} = \frac{675,8\Omega}{325,8\Omega} = 2,074$$

**Erkenntnis 2:** Die Spannungsabfälle über die Widerstände verhalten sich wie die Widerstandswerte, also direkt proportional.

Und noch ein direkt proportionales Verhältnis ist erkennbar:

$U_{ges}$	$I$	$U_1$	$U_1+U_2$	$R_{1\ err}$	$R_1+R_2$
V	mA	V	V	$\Omega$	$\Omega$
12,00	12,00	3,91	12,02	325,8	1001,6

$$\frac{U_1}{U_{ges}} = \frac{R_1}{R_{ges}} = \frac{3,91V}{12V} = \frac{325,8\Omega}{1001,6\Omega} = 0,325$$

**Erkenntnis 3:** Teilspannung zu Gesamtspannung wie Teilwiderstand zu Gesamtwiderstand

**Allgemeine Erkenntnis der Serienschaltung:** Die Spannungen verhalten sich wie die Widerstände.

**Es gilt weiters** (für beliebig viele in Serie geschaltete Widerstände):

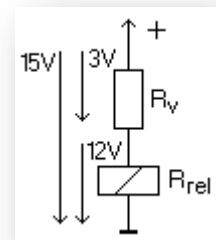
Die Summe der Teilspannungen ergibt die Gesamtspannung.

Die Summe der Teilwiderstände ergibt den Gesamtwiderstand.

## Spannungsteiler in Anwendungen

In einer Steuerung soll ein Relais mit 12V Betriebsspannung verwendet werden. Der Widerstand des Relais beträgt  $600\Omega$ . Die Betriebsspannung der Steuerung beträgt 15V.

Um das Relais nicht zu überlasten muss ein Vorwiderstand vorgesehen werden, über dem die Spannungsdifferenz von 3V abfällt.



Laut der Erkenntnisse für die Serienschaltung, dass sich die Spannungen, wie die Widerstände verhalten gilt:

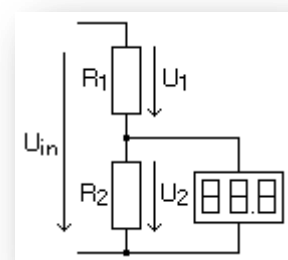
$$\frac{Rv}{Rrel} = \frac{Uv}{Urel} \text{ umgewandelt nach: } Rv = Rrel * \frac{Uv}{Urel} = 600\Omega * \frac{3V}{12V} = 150\Omega$$

**Dieses Beispiel wird auf Seite 8 auch grafisch dargestellt.**

-----

Ein weiteres Beispiel. Ein Anzeigemodul benötigt 100mV um 100 anzuzeigen. Mit diesem Modul soll aber eine Spannung bis 10V angezeigt werden. Das bedeutet, dass die Eingangsspannung ( $U_{in}$ ) von 10V auf 100mV ( $U_2$ ) geteilt werden muss.

Der Gesamtwiderstand der Spannungsmessung soll  $100k\Omega$  betragen.



Wie im vorigen Beispiel verhalten sich die Spannungen wie die Widerstände, daher gilt:

$$\frac{R1}{Rges} = \frac{U1}{Uin} \text{ umgewandelt nach: } R1 = Rges * \frac{U1}{Uin} = 100k\Omega * \frac{9,90V}{10V} = 99k\Omega,$$

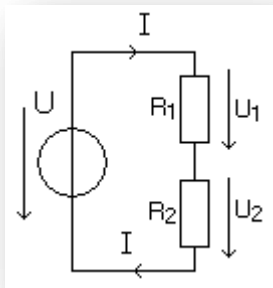
$$R2 = Rges - R1 = 100k\Omega - 99k\Omega = 1k\Omega$$

Bei diesem Beispiel blieb unberücksichtigt, dass das Anzeigemodul selbst auch einen Widerstand hat, der parallel zu  $R_2$  geschaltet ist. Da aber dieser Eingangswiderstand im Bereich von 1 – 10  $M\Omega$  ist, also einen Fehler unter einem Promille ergibt, kann er vernachlässigt werden.

Sehr wohl berücksichtigt muss aber werden, dass die Widerstände  $R_1$  und  $R_2$  eine Toleranz und daher nicht genau die gewünschten Werte haben. Eine Lösung wäre, dass der Widerstand  $R_1$  als Fixwiderstand mit  $82k\Omega$  und in Serie ein regelbarer Widerstand mit  $25k\Omega$  verwendet wird. Damit kann dann die Spannungsanzeige genau eingestellt, d.h. geeicht werden.

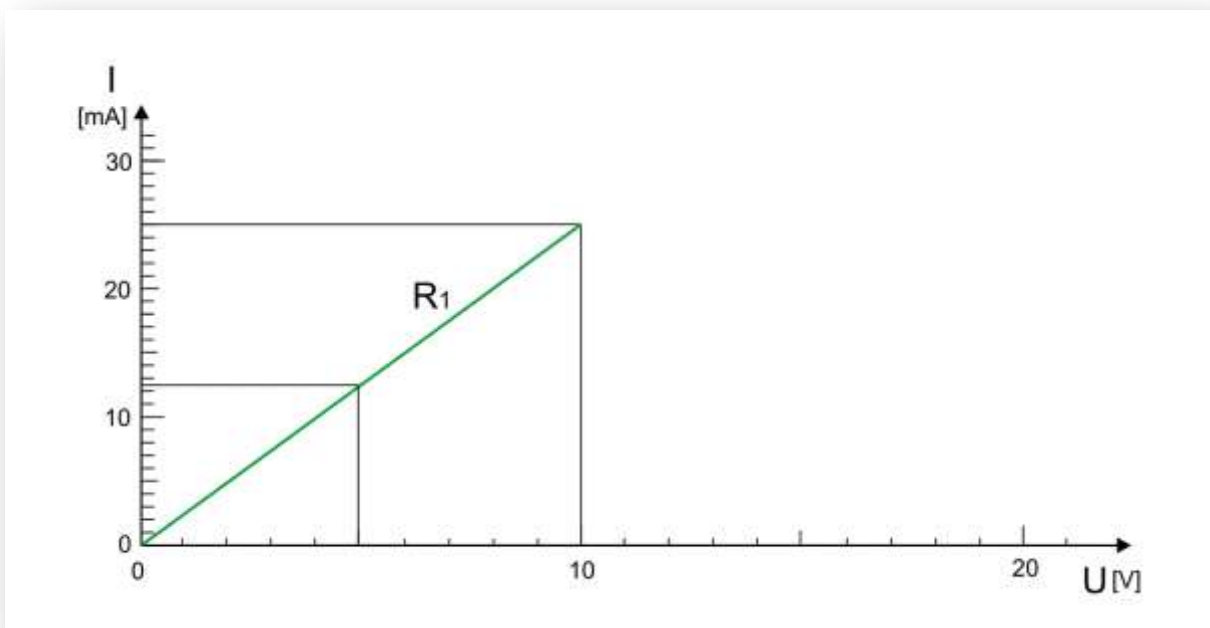
-----

## Spannungsteiler: Grafischer Lösung



Zwei Widerstände sind in Serie geschaltet, das bedeutet für die Berechnung, dass sich die Widerstandswerte und die Spannungsabfälle addieren.

$$R_{\text{ges}} = R_1 + R_2, \quad U_{\text{ges}} = U_1 + U_2$$



Grafisch lässt sich ein Widerstand in einem Spannungs-Strom-Diagramm (U-I) als Gerade darstellen.

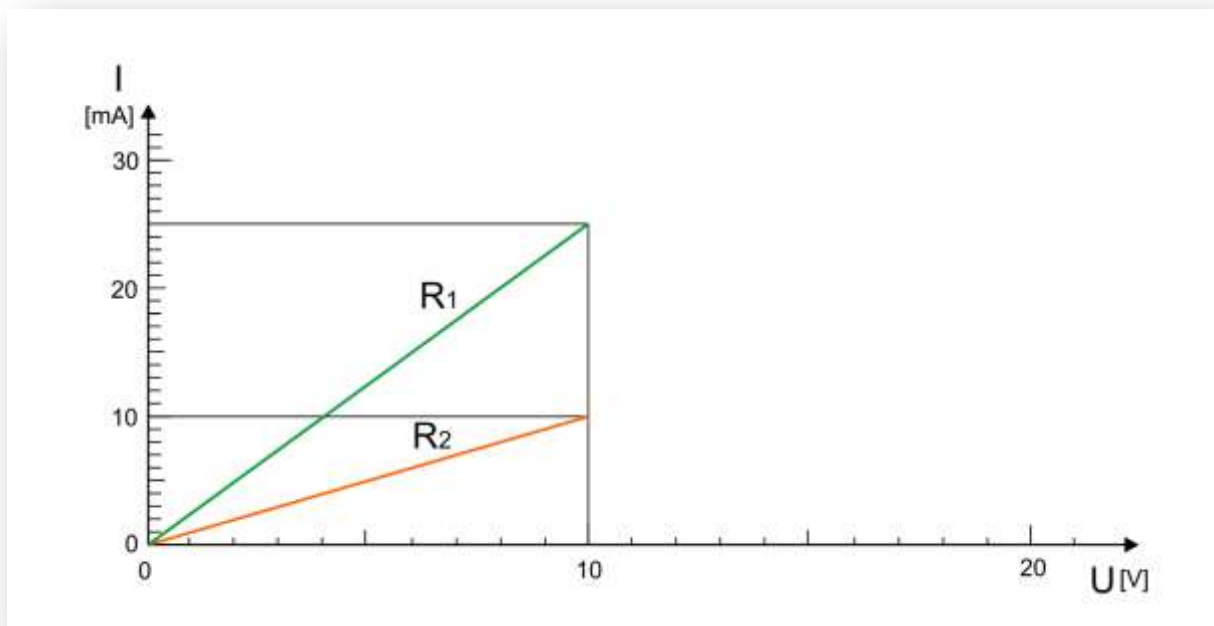
Im Diagramm wurde ein Widerstand von  $R_1 = U / I = 10\text{V} / 25\text{ mA} = 400\ \Omega$  dargestellt.

Da Strom und Spannung bei einem linearen Widerstand (im Gegensatz zu einem nichtlinearen Widerstand, wie z.B. einem spannungsabhängigen Widerstand) proportional sind, kann bei jeder Spannung der entsprechende Strom abgelesen werden. Beispiel: Bei der halben Spannung von 5V ist der Strom ebenfalls die Hälfte, nämlich 12,5 mA.

Die Steigung der Geraden entspricht dem Wert des Widerstandes.

Nun wird ein weiterer Widerstand in das Diagramm eingezeichnet.

$$R_2 = U / I = 10\text{V} / 10\text{ mA} = 1000\ \Omega = 1\text{ k}\Omega$$

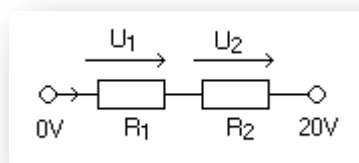


Wie zu erkennen ist, ist die Steigung der Widerstandsgeraden kleiner. Ein größerer Widerstand bedeutet kleinere Steigung. Daraus ergibt sich bei einem sehr hohen Widerstandswert eine sehr flache Gerade, bei einem kleinen Widerstandswert eine sehr steile Gerade.

Das ist auch sehr verständlich, da bei einem kleinen Widerstandswert eine bestimmte Spannungsänderung eine große Stromänderung bewirkt, die selbe Spannungsänderung bewirkt aber bei einem großen Widerstandswert eine kleine Stromänderung.

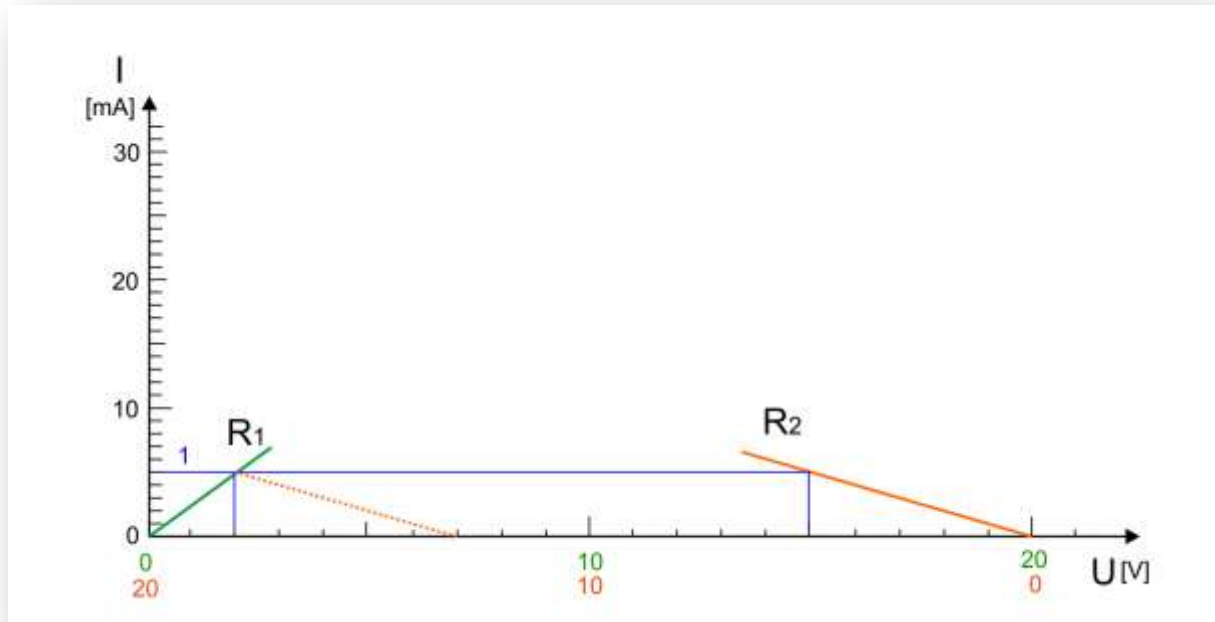
Die Extremwerte  $R = 0$  und  $R = \infty$  ergeben eine senkrechte, bzw. horizontale Gerade.

Nun wieder zu unserem ursprünglichen Beispiel einer Serienschaltung von zwei Widerständen.

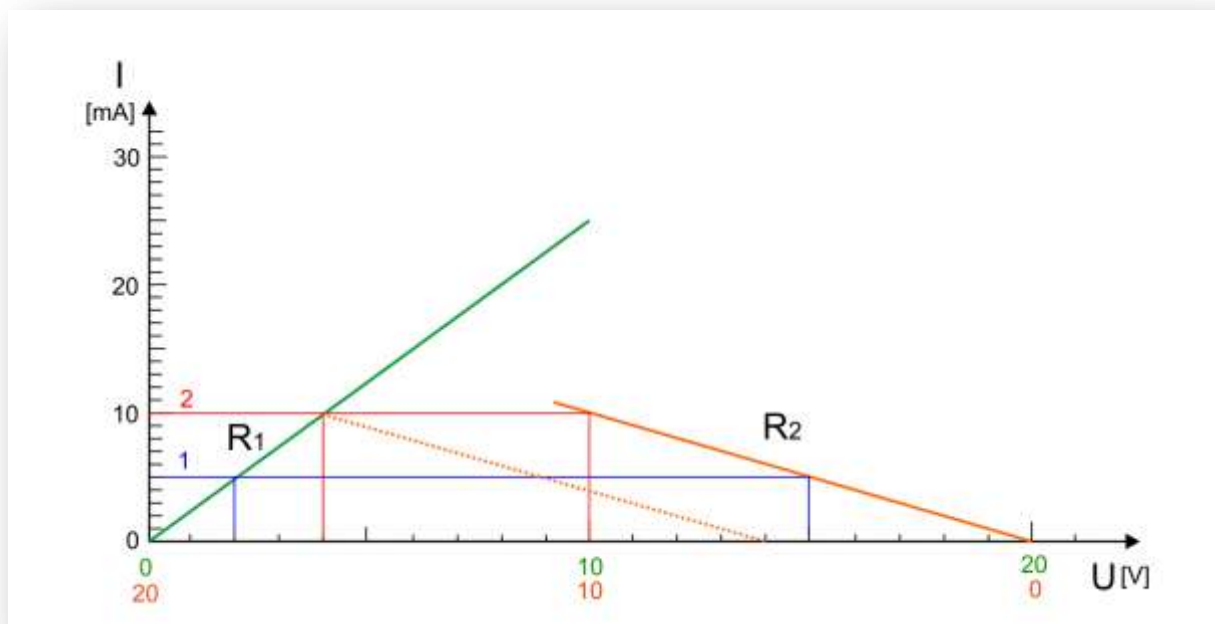


Ein Widerstand ist an 0V angeschlossen, der andere an der vollen Spannung von 20V. Der Strom  $I$  bewirkt in beiden Widerständen einen Spannungsabfall, der in Summe die Gesamtspannung ergibt.

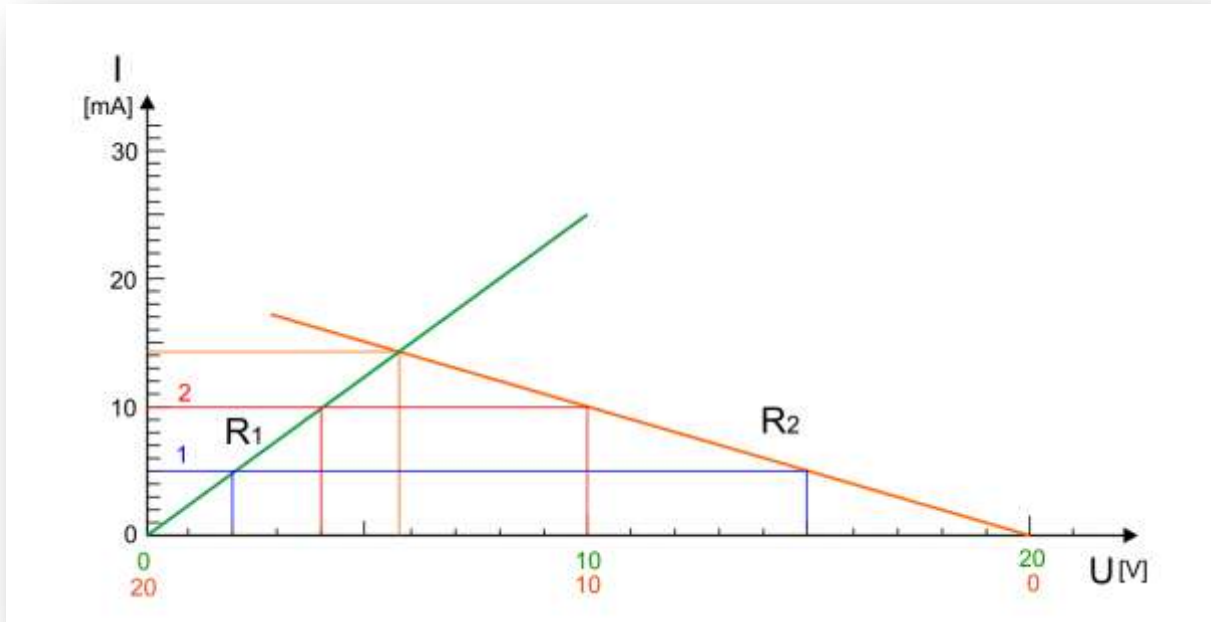
Im Diagramm wurde ein Strom von 5mA angenommen. Dabei fällt an  $R_1$  eine Spannung von  $U = I * R = 0,005\text{mA} * 400\Omega = 2\text{V}$  und an  $R_2$  ein Spannung von  $U = I * R = 0,005\text{mA} * 1000\Omega = 5\text{V}$  ab. Die Spannung für  $R_1$  wird von rechts nach links gezählt, da  $R_1$  an 0V angeschlossen ist und die Spannung von  $R_2$  wird von links nach rechts gezählt, da  $R_2$  an 20V angeschlossen ist.



Im Diagramm wurde nun ein Strom von 10mA angenommen. Dabei fällt an  $R_1$  eine Spannung von  $U = I * R = 0,01\text{mA} * 400\Omega = 4\text{V}$  und an  $R_2$  ein Spannung von  $U = I * R = 0,01\text{mA} * 1000\Omega = 10\text{V}$  ab.



Wie schon deutlich zu erkennen war, gibt es einen Schnittpunkt beider Widerstandsgeraden von  $R_1$  und  $R_2$  und dies ist nun das Ergebnis der grafischen Lösung des Beispiels:



Rechnerische Kontrolle:

$$\mathbf{I} = U / R_{\text{ges}} = 20\text{V} / 1400\Omega = \mathbf{14,28\text{ mA}}$$

$$U_{R1} / U_{\text{ges}} = R_1 / R_{\text{ges}} \rightarrow$$

$$\mathbf{U_{R1}} = U_{\text{ges}} * R_1 / R_{\text{ges}} = 20\text{V} * 400\Omega / 1400\Omega = \mathbf{5,71\text{V}}$$

$$\mathbf{U_{R2}} = U_{\text{ges}} - U_{R1} = 20\text{V} - 5,71\text{V} = \mathbf{14,29\text{V}}$$

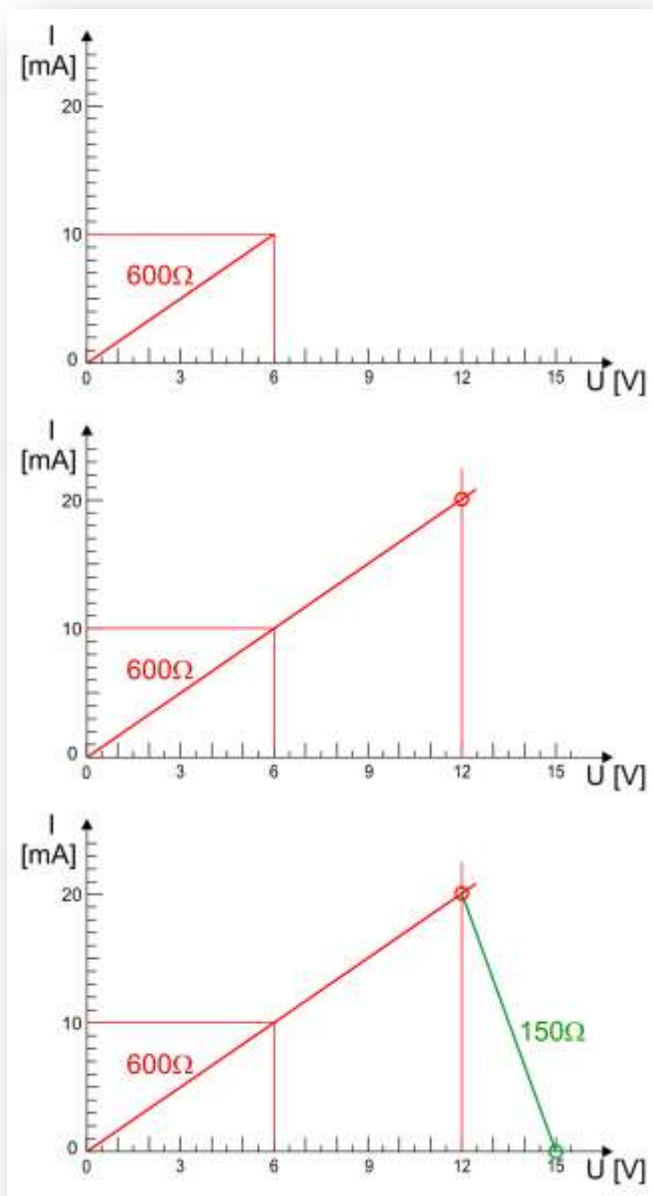
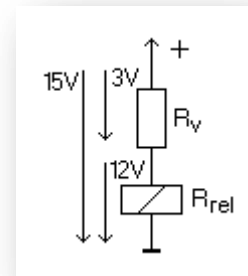
Ergänzung: Die Widerstandsgerade von  $R_2$  hat eine negative Steigung, was nicht bedeutet, dass  $R_2$  ein negativer Widerstand ist. Der Grund für diese negative Steigung besteht darin, dass wie schon erwähnt, die Spannung für  $R_1$  von rechts nach links gezählt wird, da  $R_1$  an 0V angeschlossen ist und die Spannung von  $R_2$  von links nach rechts gezählt wird, da  $R_2$  an 20V angeschlossen ist.

*Also kein negativer Widerstand!!!*

Hier die grafische Darstellung von Seite 3:

In einer Steuerung soll ein Relais mit 12V Betriebsspannung verwendet werden. Der Widerstand des Relais beträgt  $600\Omega$ . Die Betriebsspannung der Steuerung beträgt 15V.

Um das Relais nicht zu überlasten muss ein Vorwiderstand vorgesehen werden, über dem die Spannungsdifferenz von 3V abfällt.



Zuerst wird im Diagramm der Widerstand der Relaispule mit  $600\Omega$  (10mA bei 6V) gezeichnet.

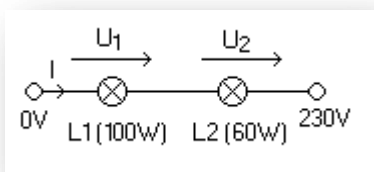
Da die Relaisspannung 12V beträgt, wird die Widerstandsgerade bis zur 12V-Linie verlängert. Nun muss ein Widerstand gefunden werden, über den bei dem Relaisstrom von 20mA, 3V abfallen.

Die Widerstandsgerade dieses Vorwiderstandes ist grün eingezeichnet und verläuft vom 12V-Punkt zu der Betriebsspannung von 15V. Bei 20mA und 3V ergibt sich ein Widerstandswert von  $150\Omega$ .

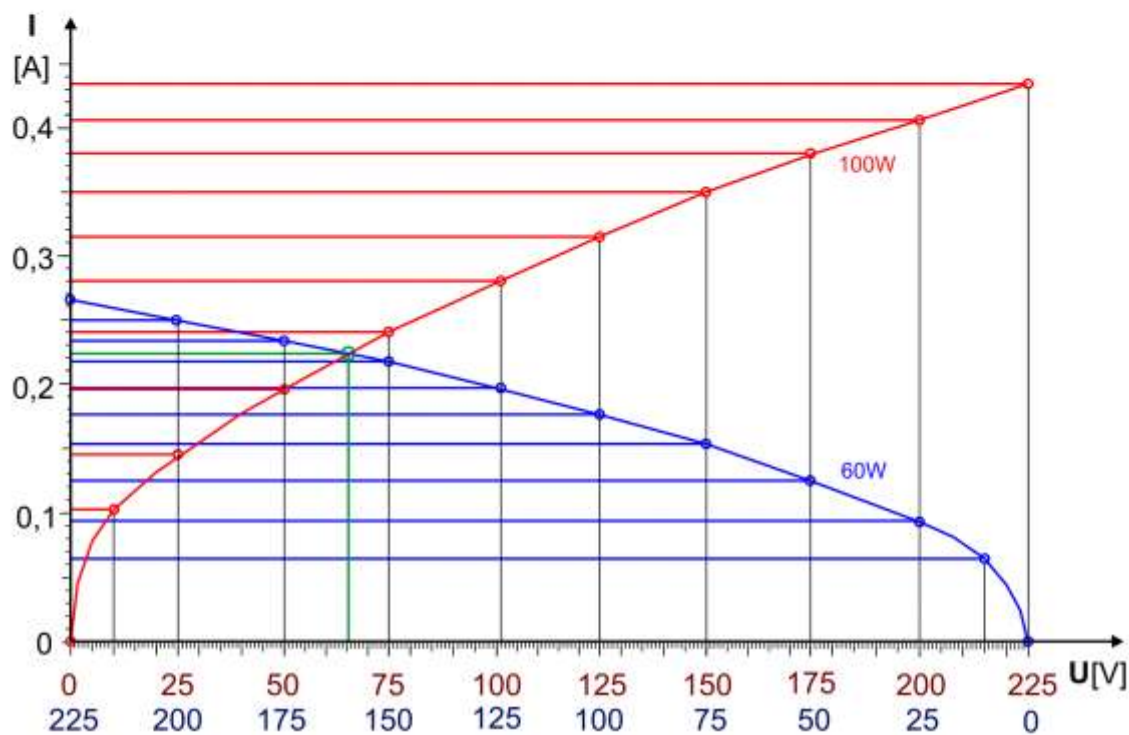
Diese Aufgabe ist natürlich rechnerisch leicht zu lösen und bedarf nicht wirklich dieser Diagramme, aber zum Verständnis sollen sie trotzdem helfen.



Hier noch ein Beispiel mit zwei nichtlinearen Widerständen, zwei Glühlampen. Die Werte in der Tabelle wurden in Labormessungen ermittelt.



230V 100W		230V 60W	
U [V]	I [A]	U [V]	I [A]
10	0,102	10	0,065
25	0,142	25	0,093
50	0,196	50	0,125
75	0,240	75	0,153
100	0,280	100	0,176
125	0,317	125	0,197
150	0,350	150	0,217
175	0,380	175	0,233
200	0,408	200	0,250
225	0,435	225	0,267



Auch hier ergibt sich im Schnittpunkt beider Kennlinien die Spannungsabfälle über den unterschiedlichen Glühlampen und der Gesamtstrom der Serienschaltung.  $U_{L1} = 65V$ ,  $U_{L2} = 165V$ ,  $I_{ges} = 0,223A$  (grüne Linien).

$$P_{L1} = U_{L1} * I_{ges} = 65V * 0,223A = 14,5W$$

$$P_{L2} = U_{L2} * I_{ges} = 165V * 0,223A = 36,8W$$