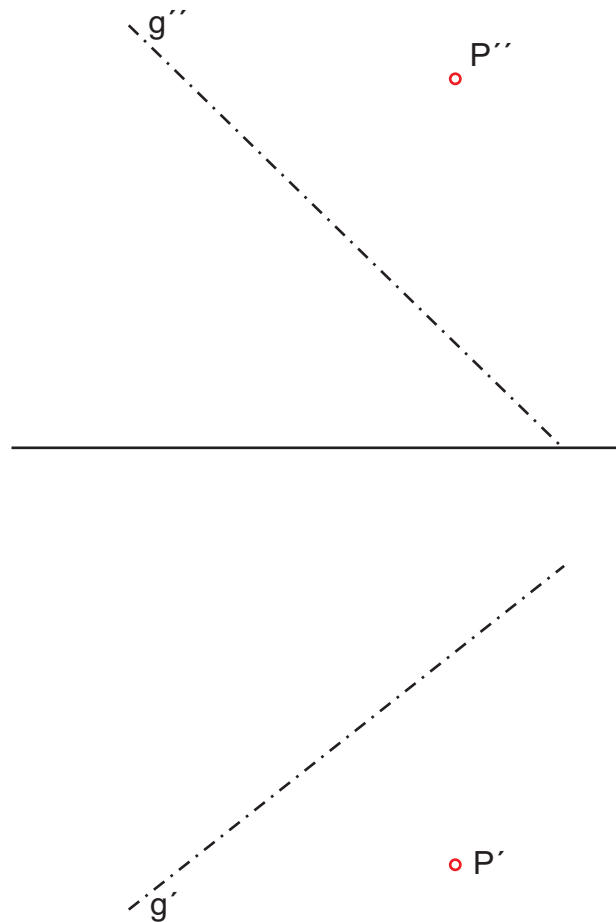


Rotation eines Punktes um eine Achse allgemeiner Lage



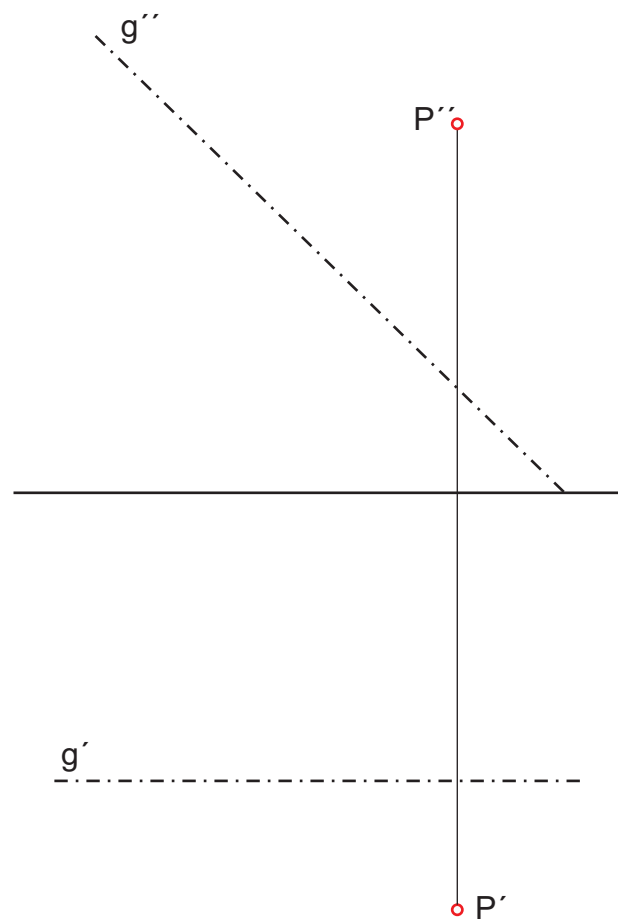
Es gibt eine allgemein, in der Darstellenden Geometrie übliche Methode, dieses Beispiele zu lösen:

- 1) Achse in Wahrer Größe darstellen - ein weiterer Seitenriss erforderlich.
- 2) Die Achse projizierend machen - ein weiterer Seitenriss erforderlich.
- 3) Den Normalabstand des Punktes zur Achse in die vorangegangenen Risse zurückführen und jeweils die Haupt- und Nebenachsen und die Ellipsen zu konstruieren.
- 4) Sichtbarkeit bestimmen.

Bei diesem Beispiel wird aber eine einfachere Methode verwendet.

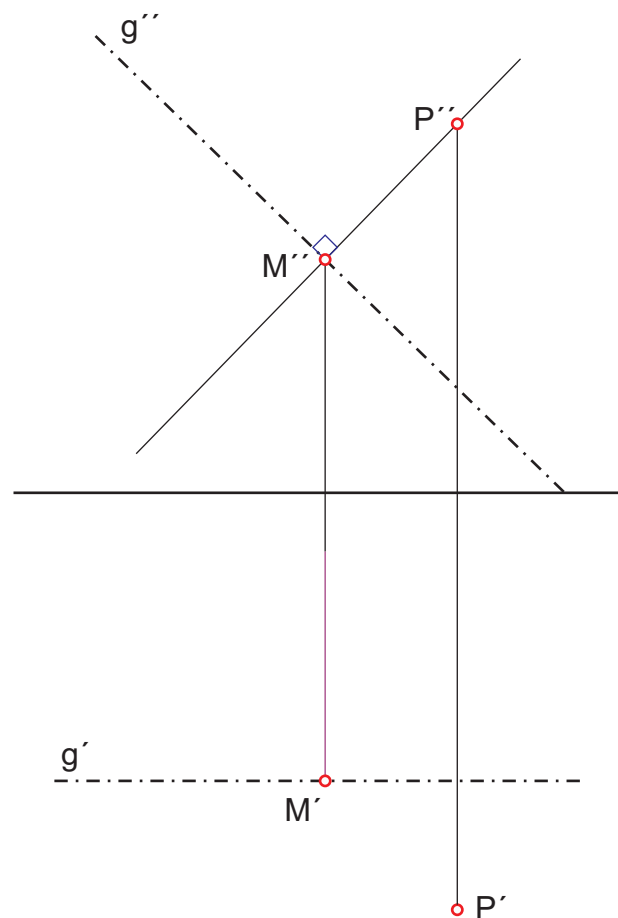
Bevor diese Aufgabe gelöst werden wird, ist es gut mit einer einfacheren Aufgabenstellung zu beginnen.

Rotation eines Punktes um eine Achse in zweiter Hauptlage



Die Achse g ist parallel zu Π_2 , wie im Grundriss zu sehen ist. Das bedeutet, dass die Achse im Aufriss in Wahrer Größe dargestellt ist. Der Punkt P rotiert um diese Achse auf einer Kreisbahn, der Mittelpunkt des Kreises liegt auf der Achse.

Rotation eines Punktes um eine Achse in zweiter Hauptlage

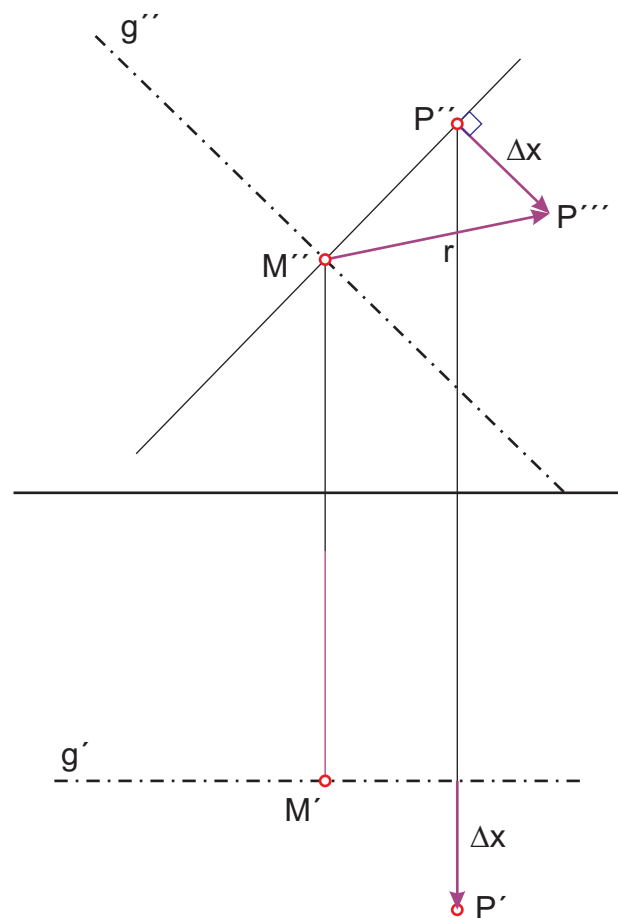


Die Achse g ist parallel zu Π_2 , wie im Grundriss zu sehen ist. Das bedeutet, dass die Achse im Aufriss in Wahrer Größe dargestellt ist. Der Punkt P rotiert um diese Achse auf einer Kreisbahn, der Mittelpunkt des Kreises liegt auf der Achse.

Der Kreis ist senkrecht zur Achse und da diese parallel zu Π_2 ist, muss der Kreis senkrecht auf Π_2 sein und daher projizierend dargestellt werden.

Der Mittelpunkt wird in den Grundriss übertragen.

Rotation eines Punktes um eine Achse in zweiter Hauptlage



Die Achse g ist parallel zu Π_2 , was im Grundriss zu sehen ist. Das bedeutet, dass die Achse im Aufriss in Wahrer Größe dargestellt ist. Der Punkt P rotiert um diese Achse auf einer Kreisbahn, der Mittelpunkt des Kreises liegt auf der Achse.

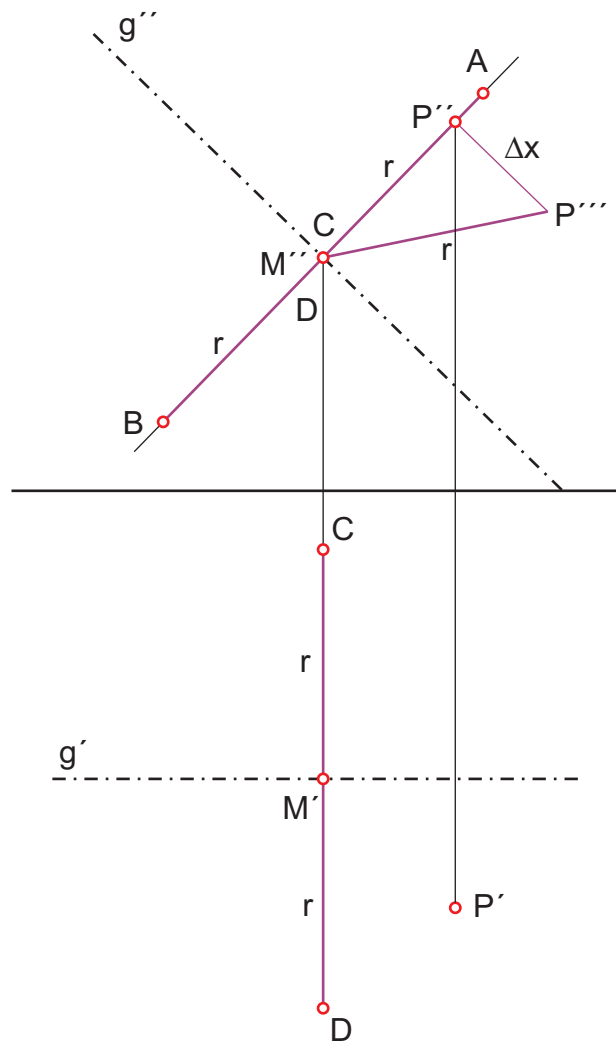
Der Kreis ist senkrecht zur Achse und da diese parallel zu Π_2 ist, muss der Kreis senkrecht auf Π_2 sein und daher projizierend dargestellt werden.

Der Mittelpunkt wird in den Grundriss übertragen.

Als Nächstes wird die Wahre Größe des Kreisradius ermittelt. Dies geschieht mit dem Differenzdreieck. Im Grundriss wird die Differenz der X-Werte von M' und P' abgenommen und im Aufriss auf eine Senkrechte durch P'' aufgetragen.

Das ergibt P''' und der Abstand zu M ist der Radius der Kreisbahn in Wahrer Größe.

Rotation eines Punktes um eine Achse in zweiter Hauptlage



Als Nächstes wird die Wahre Größe des Kreisradius ermittelt. Dies geschieht mit dem Differenzdreieck. Im Grundriss wird die Differenz der X-Werte von M' und P' abgenommen und im Aufriss auf eine Senkrechte durch P'' aufgetragen.

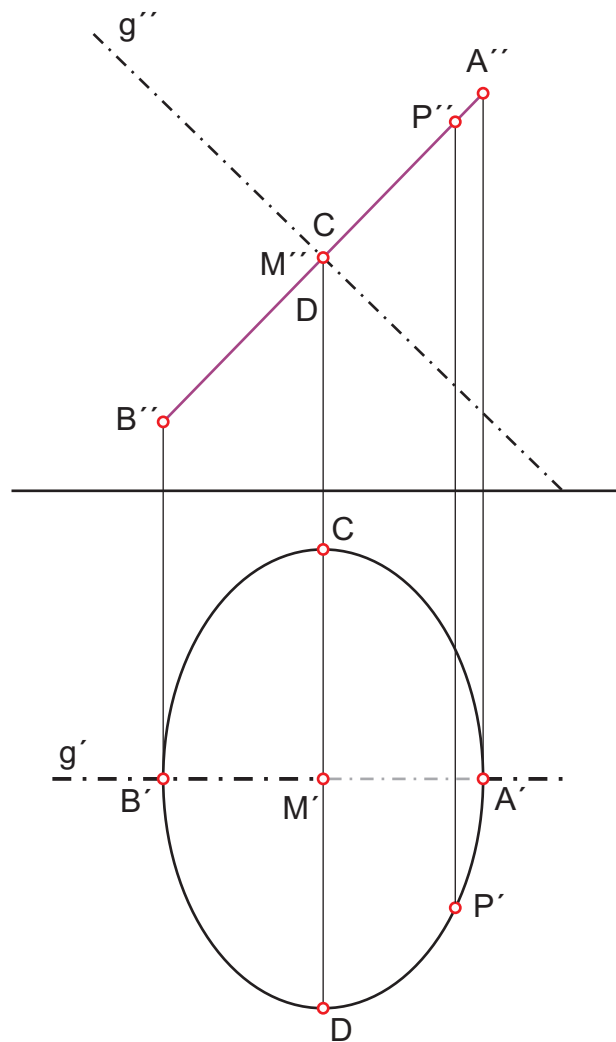
Das ergibt P''' und der Abstand zu M ist der Radius der Kreisbahn in Wahrer Größe.

Dieser Radius kann nun im Aufriss auf die projizierende Kreisbahn aufgetragen werden und ergibt die Punkte A'' und B'' .

Senkrecht zum Kreisdurchmesser A, B liegt der Kreisdurchmesser C, D , der im Aufriss projizierend dargestellt ist.

Im Grundriss ist dieser Durchmesser in Wahrer Größe auf einer Senkrechten zur Achse durch M' , auf der der Radius in beiden Richtungen aufgetragen wird und die Punkte C' und D' ergibt.

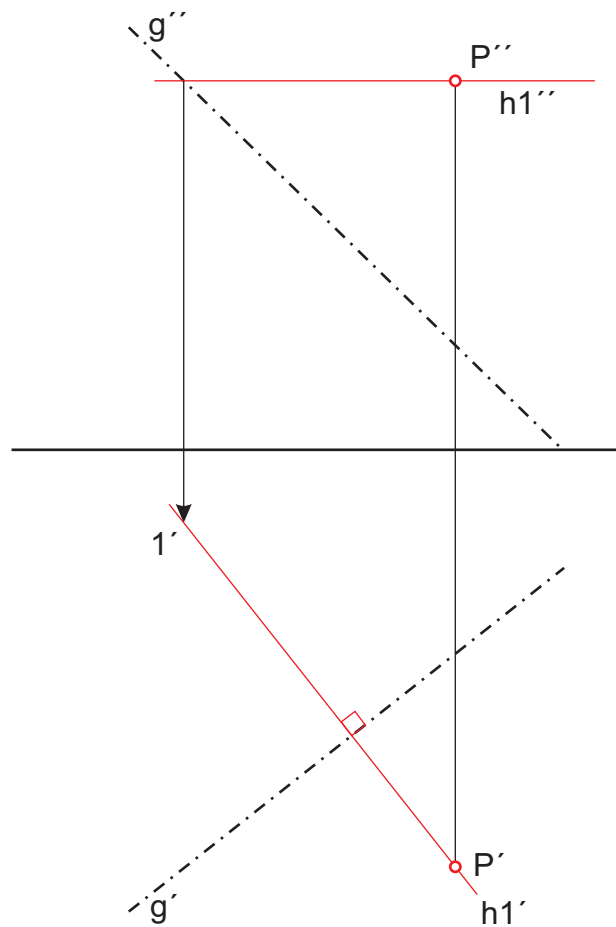
Rotation eines Punktes um eine Achse in zweiter Hauptlage



Die Kreisbahn, im Grundriss als Ellipse dargestellt, kann nun mittels Näherungskonstruktion gezeichnet werden.

Die Sichtbarkeit ist einfach erklärt. Die Achse g ist im linken Teil vom Mittelpunkt aus über der Kreisbahn (im Aufriss zu sehen) und daher im Grundriss bis M sichtbar, im rechten Teil ist sie teilweise von der Kreisfläche abgedeckt.

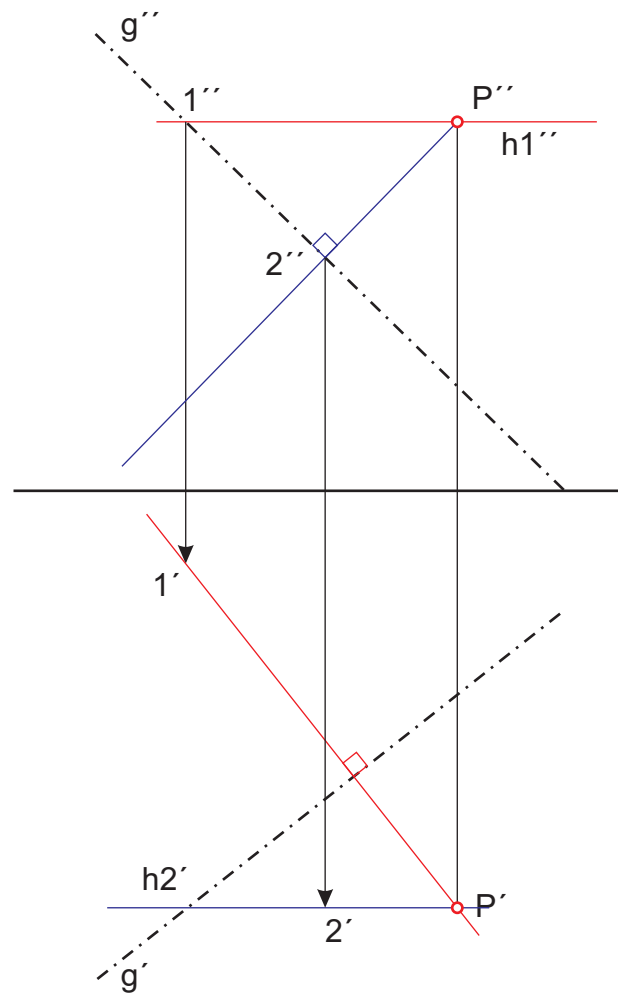
Rotation eines Punktes um eine Achse allgemeiner Lage



Nun wieder zurück zur eigentlichen Aufgabe, Achse in allgemeiner Lage. Zunächst muss der Mittelpunkt der Kreisfläche, in der der Punkt P liegt, ermittelt werden. Dies geschieht über die Methode "Angittern" mit Hauptebenen und Hauptgeraden.

Im Aufriss wird durch P'' eine $h1''$ gelegt und im Grundriss auf die senkrecht auf die Achse liegende $h1'$ angegittert. Dies ergibt Punkt 1.

Rotation eines Punktes um eine Achse allgemeiner Lage

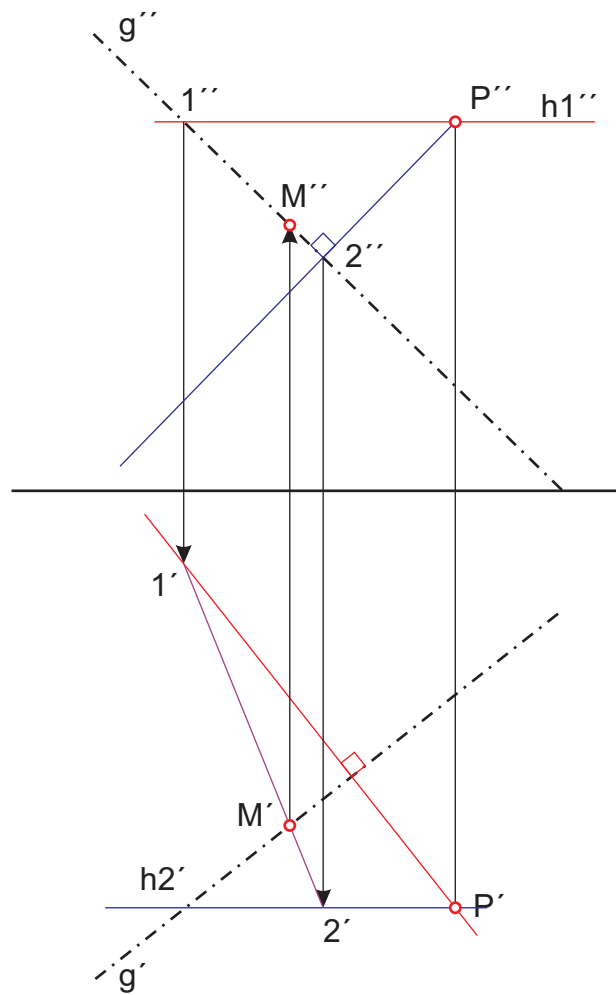


Nun wieder zurück zur eigentlichen Aufgabe, Achse in allgemeiner Lage. Zunächst muss der Mittelpunkt der Kreisfläche, in der der Punkt P liegt, ermittelt werden. Dies geschieht über die Methode "Angittern" mit Hauptebenen und Hauptgeraden.

Im Aufriss wird durch P'' eine h_1 gelegt und im Grundriss auf die senkrecht auf die Achse liegende h_1 angegittert. Dies ergibt Punkt 1.

Das Gleiche wird mit einer h_2 durchgeführt, im Grundriss parallel zu Π_2 , im Aufriss senkrecht auf die Achse und den Schnittpunkt mit Darstellung der Achse in Π_2 in den Grundriss gelotet, ergibt Punkt 2'.

Rotation eines Punktes um eine Achse allgemeiner Lage



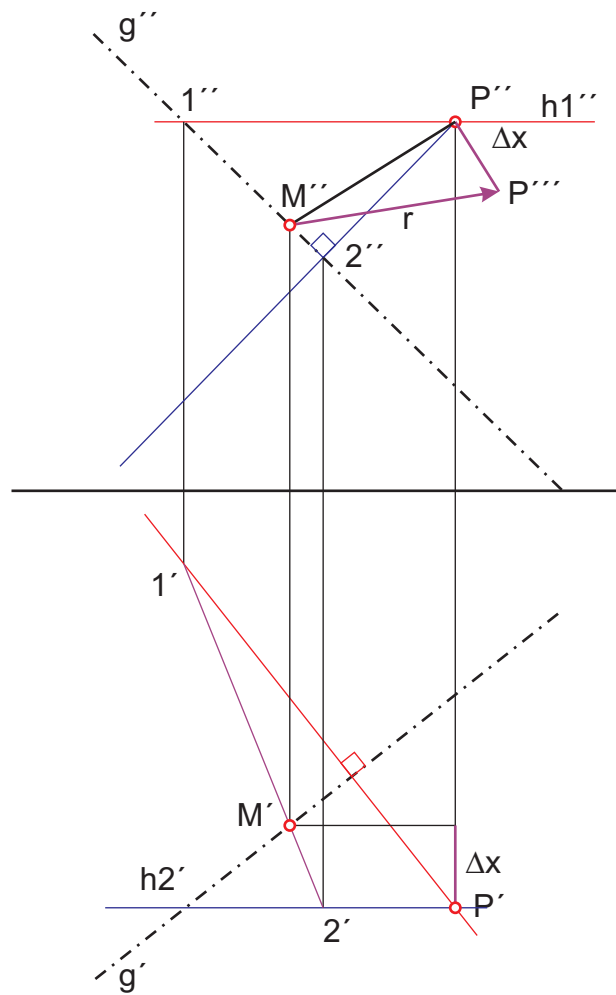
Nun wieder zurück zur eigentlichen Aufgabe, Achse in allgemeiner Lage. Zunächst muss der Mittelpunkt der Kreisfläche, in der der Punkt P liegt, ermittelt werden. Dies geschieht über die Methode "Angittern" mit Hauptebenen und Hauptgeraden.

Im Aufriss wird durch P'' eine h_1 gelegt und im Grundriss auf die senkrecht auf die Achse liegende h_1 angegittert. Dies ergibt Punkt 1.

Das Gleiche wird mit einer h_2 durchgeführt, im Grundriss parallel zu Π_2 , im Aufriss senkrecht auf die Achse und den Schnittpunkt mit Darstellung der Achse in Π_2 in den Grundriss gelotet, ergibt Punkt 2'.

Punkt 1' und Punkt 2' verbunden ergeben auf der Achse den Mittelpunkt M' . Dieser wird auch auf die Achse im Aufriss geführt und ergibt M'' .

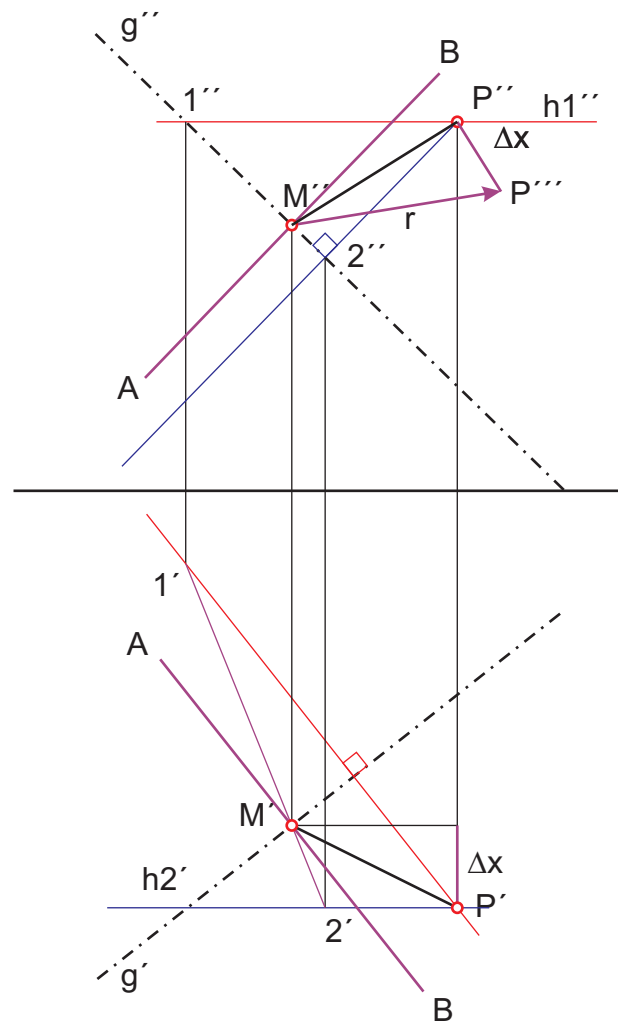
Rotation eines Punktes um eine Achse allgemeiner Lage



Nun gilt es die Wahre Größe des Radius der Kreisfläche zu ermitteln. Dies geschieht, wie in der vereinfachten Aufgabe vor diesem Beispiel, mittels Differenzdreieck. Δx ist die Differenz der X-Werte von M' und P' . Diese Strecke wird im Aufriss auf eine Verbindung von P'' und M'' senkrecht auf P'' aufgetragen und ergibt P''' .

Die Verbindung P''' mit $M'' = M'''$ ist die Wahre Größe des Radius.

Rotation eines Punktes um eine Achse allgemeiner Lage



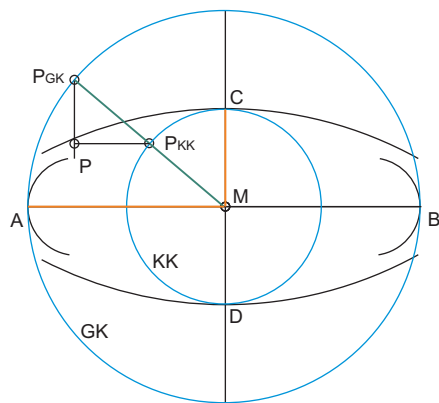
Die Hauptachsen der Ellipsen (durch den Mittelpunkt) sind jeweils parallel zu den Abbildungsebenen. So wird im Grundriss parallel zur $h1'(P' - 1')$ die Hauptachse durch M' und im Aufriss parallel zu $h2''(P'' - 2'')$ die Hauptachse durch M'' gelegt. Dies ergibt die Punkte A', B' und A'', B'' .

Nun fehlen noch die Nebenachsen, die auf der Hauptachse abgebildet werden.

Eine Ellipse ist entweder durch beide Achsen oder durch eine Achse und einen beliebigen Punkt definiert. Die jeweils fehlende Größe kann konstruiert werden.

Auf der nächsten Seite ist dieses Prinzip erklärt.

Ellipsenkonstruktion, Großkreis - Kleinkreis, mit Punkt P



In der oberen Konstruktion ist der Zusammenhang der Kreise der beiden Achsen einer Ellipse zu erkennen. Wird der Großkreis auf die Ellipse vertikal "zusammengedrückt", wird der Punkt P_{GK} zum Punkt P.

Ebenso wird der Kleinkreis horizontal auf die Ellipse gedehnt, wird der Punkt P_{KK} auch zum Punkt P. P_{GK} , P_{KK} und M liegen auf einer Geraden.

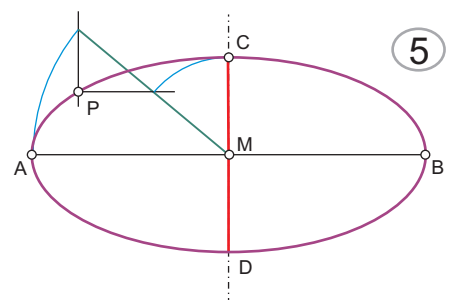
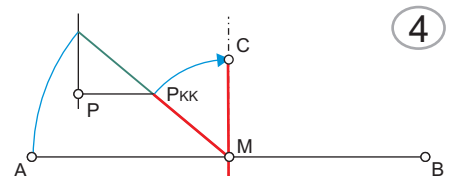
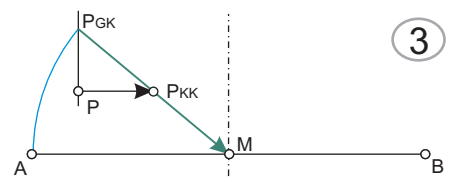
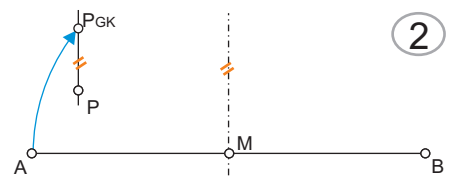
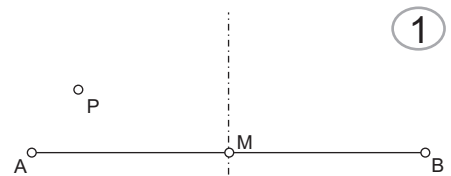
Diese Konstruktion eines beliebigen Punktes einer Ellipse, wenn die beiden Achsen gegeben sind, kann auch umgekehrt werden, nämlich, wenn eine Achse und ein beliebiger Punkt gegeben ist, wie im Bild ① und die zweite Achse konstruiert werden soll.

Im Bild ② wird von Punkt A der Großkreis über den Punkt P hinaus gezeichnet. Von P aus wird eine Parallele zur Nebenachse gezogen, um einen Schnittpunkt P_{GK} mit dem Großkreis zu erreichen.

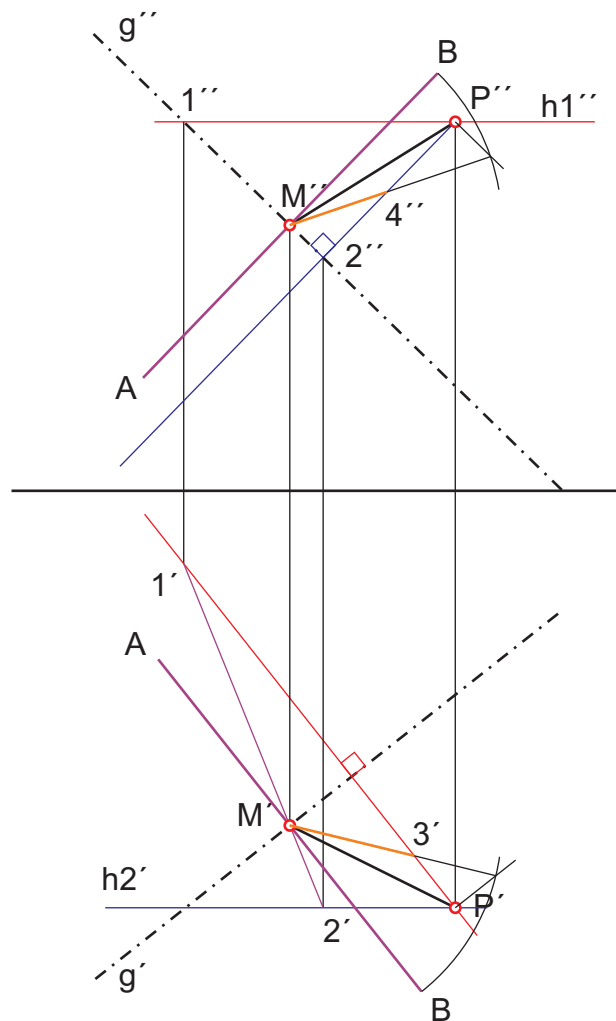
Im Bild ③ wird P_{GK} mit M verbunden und von Punkt P eine Parallele zur Hauptachse gelegt und die Verbindung P_{GK} mit M geschnitten. Dies ergibt P_{KK} .

Im Bild ④ ergibt die Strecke P_{KK} mit M den Radius des Kleinkreises und dieser Radius kann auf die Nebenachse gedreht werden. Es sind nun beide Ellipsenachsen definiert.

Im Bild ⑤ kann nun mit der Näherungskonstruktion die Ellipse gezeichnet werden.



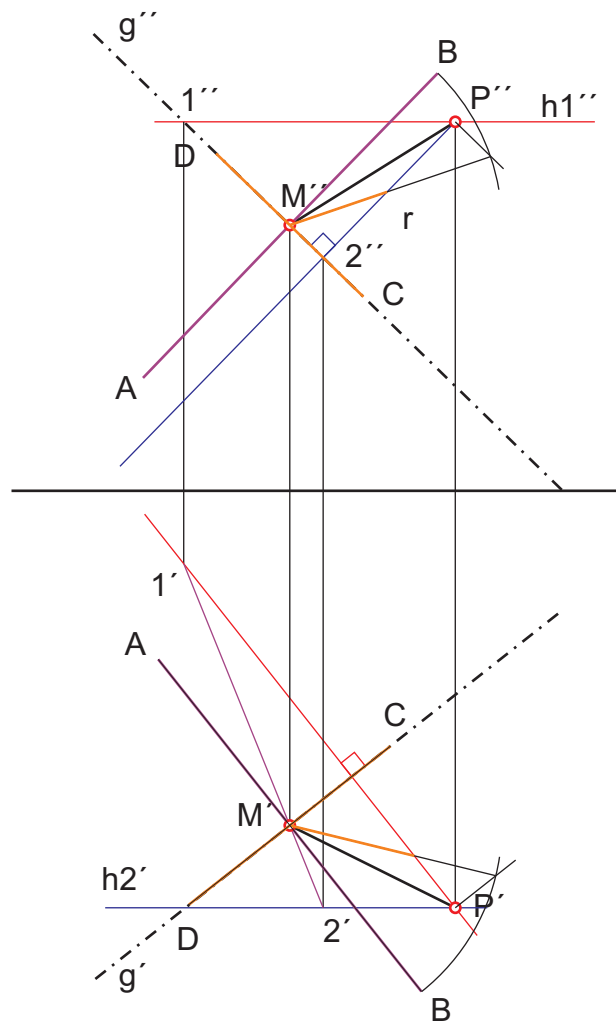
Rotation eines Punktes um eine Achse allgemeiner Lage



Im Grundriss wird der Radius von B' über P' hinaus gezeichnet und mit einer Gerade von P' parallel zur Hauptachse geschnitten. Dieser Schnittpunkt mit M' verbunden ergibt auf der Verbindungsgeraden ein Teilstück M' - 3' welches genau die Länge der halben Nebenachse im Grundriss darstellt.

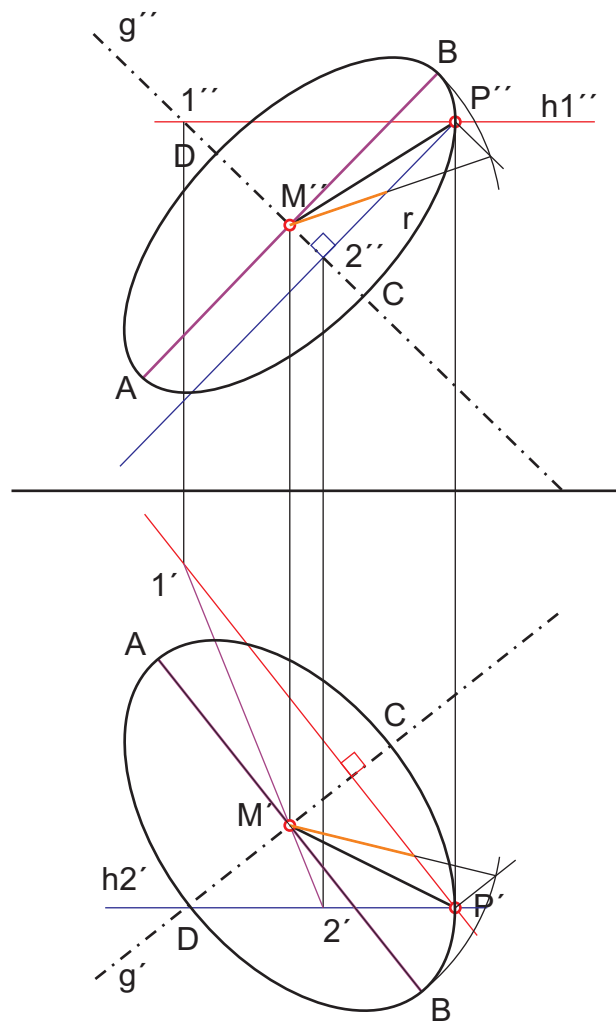
Ebenso wird im Aufriss der Radius von B'' über P'' hinaus gezeichnet und mit einer Gerade von P'' parallel zur Hauptachse geschnitten. Dieser Schnittpunkt mit M'' verbunden ergibt auf der Verbindungsgeraden ein Teilstück M'' - 4'' welches genau die Länge der halben Nebenachse im Aufriss darstellt.

Rotation eines Punktes um eine Achse allgemeiner Lage



Die neu konstruierten Nebenachsen werden in Richtung der jeweiligen Hauptachse vom jeweiligen Mittelpunkt aus aufgetragen und ergeben die Punkte C', D', C'' und D''.

Rotation eines Punktes um eine Achse allgemeiner Lage



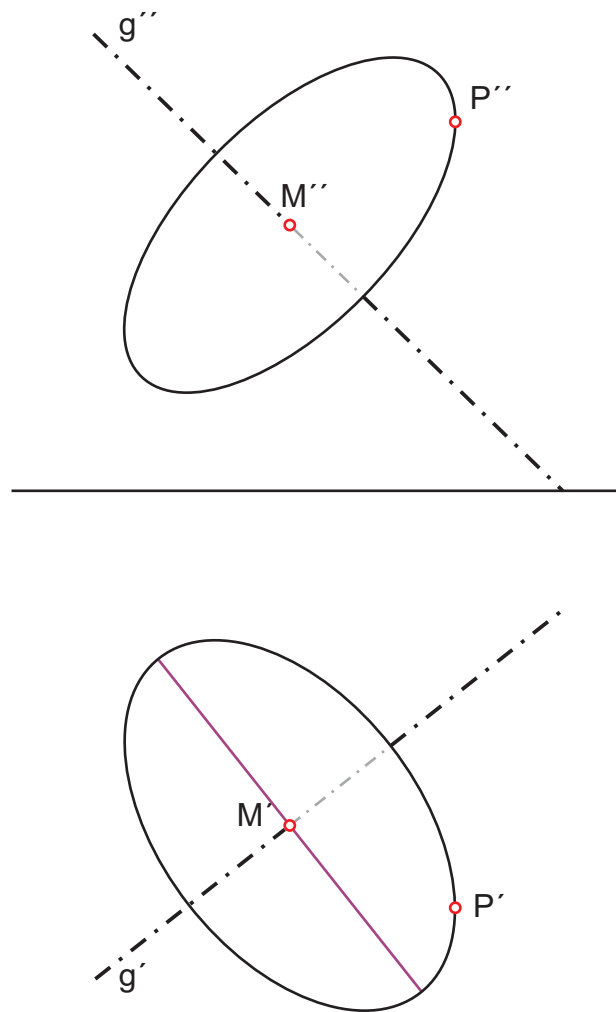
Die neu konstruierten Nebenachsen werden in Richtung der jeweiligen Hauptachse vom jeweiligen Mittelpunkt aus aufgetragen und ergeben die Punkte C' , D' , C'' und D'' .

Die Ellipsen können in beiden Rissen gezeichnet werden.

WICHTIG: Die Punkte A, B, C, D im Grundriss korrelieren nicht mit den gleichnamigen Punkten im Aufriss, es sind konstruktive Inzellösungen pro Abbildungsebene.

Es gibt auch eine Lösung mit konjugierten Durchmessern, das sind Durchmesser, die im Raum auf der Kreisfläche senkrecht aufeinander stehen und in den Abbildungen verkürzt erscheinen. Damit sind aber dann die Ellipsenkonstruktionen in den Rissen aufwendiger.

Rotation eines Punktes um eine Achse allgemeiner Lage

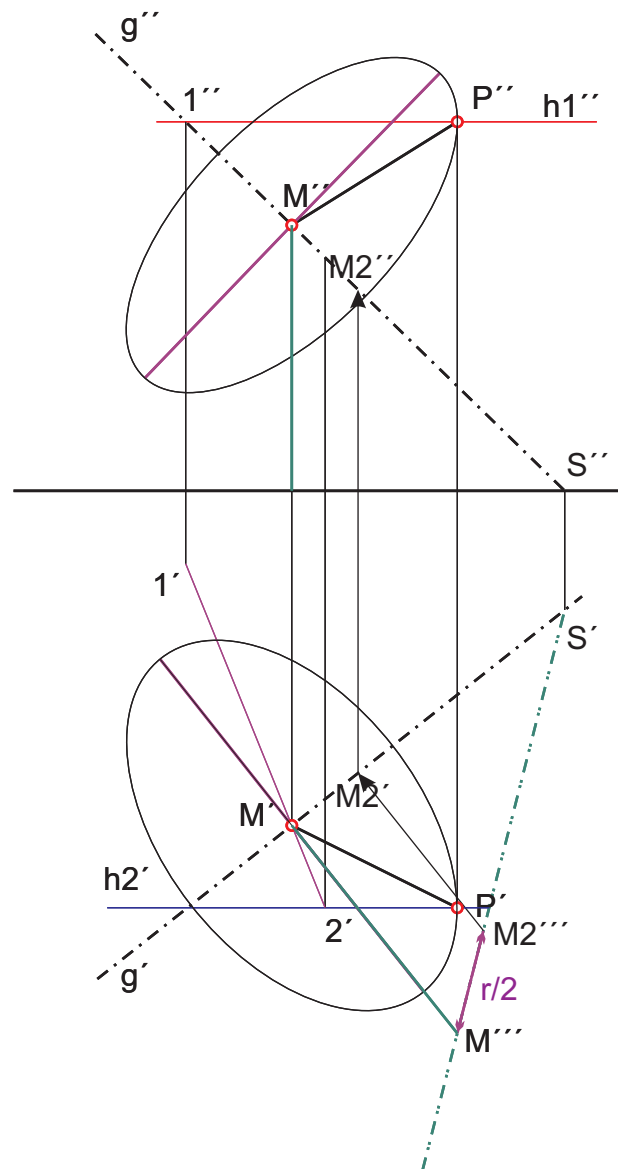


Zur Bestimmung der Sichtbarkeit ist es wichtig, die Lage der Achse zu betrachten. Sie reicht von links, vorne und oben, nach rechts, hinten und unten, wobei oben und unten im Aufriss und vorne und hinten im Grundriss zu erkennen ist.

Somit ist die Achse der Kreisscheibe im Aufriss von links, oben bis zum Mittelpunkt, im Grundriss von links vorne bis zum Mittelpunkt sichtbar. Im rechten Teil ist die Achse von der Kreisscheibe verdeckt.

Aufgabe gelöst!

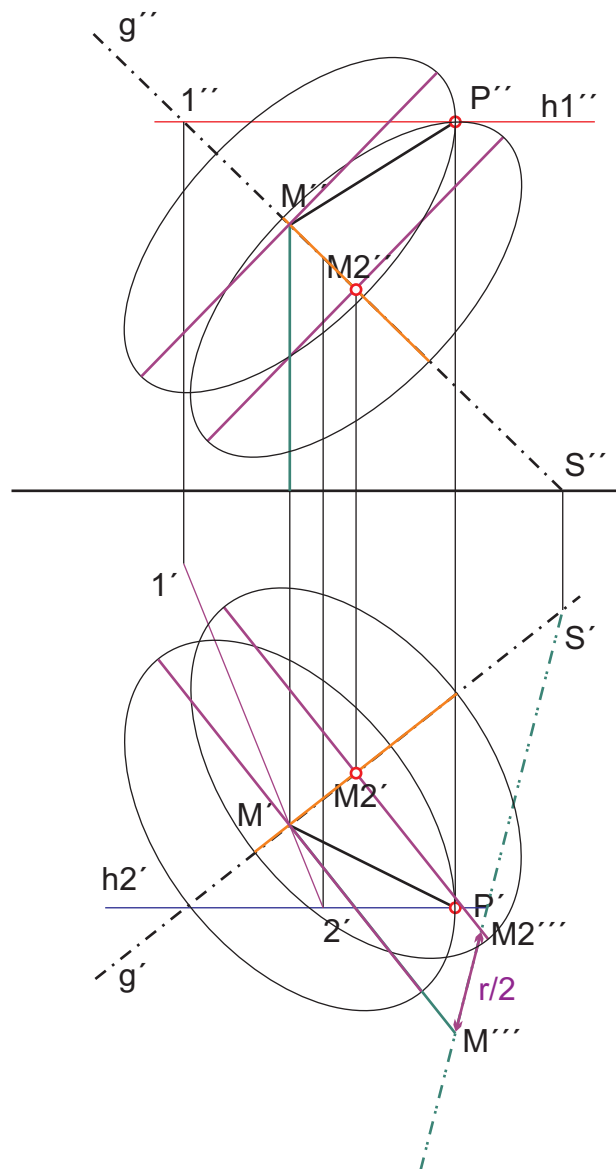
Zusatzaufgabe Zylinder auf die Kreisfläche aufsetzen



Nun wird auf der Achse in Wahrer Größe der halbe Kreisradius aufgetragen und damit ist der Mittelpunkt des zweiten Kreises des Zylinders $M2'''$ konstruiert.

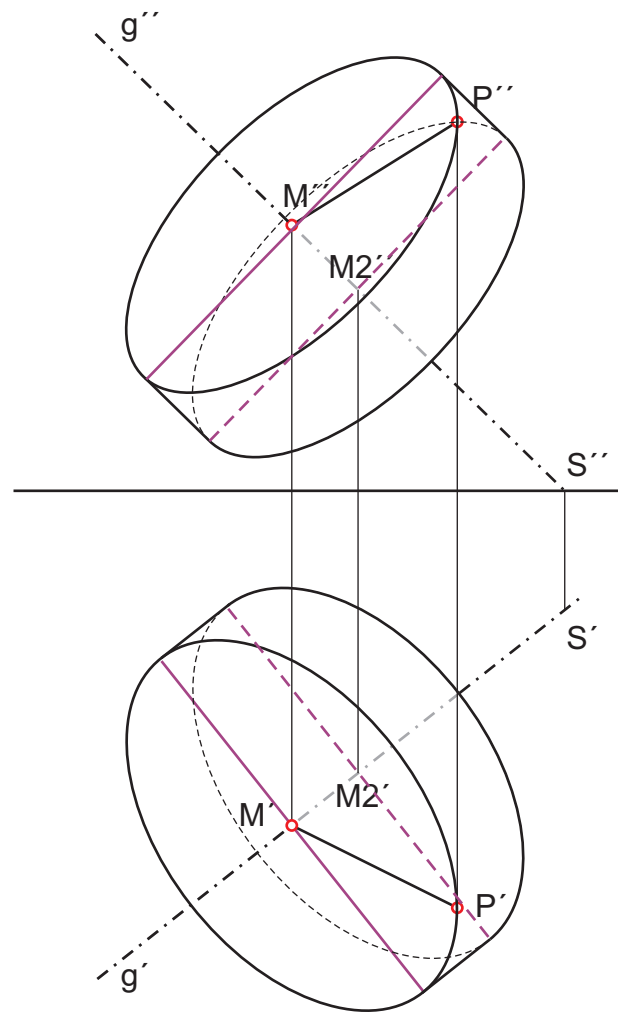
Dieser neue Mittelpunkt wird in Grund- und Aufriss, $M2'$, $M2''$, zurückgeführt.

Zusatzaufgabe Zylinder auf die Kreisfläche aufsetzen



Über die Haupt- und Nebenachsen, wie bei den schon gezeichneten Ellipsen der ersten Kreisebene, können die Ellipsen mit dem Mittelpunkt M_2 in Grund- und Aufriss ebenfalls gezeichnet werden.

Zusatzaufgabe Zylinder auf die Kreisfläche aufsetzen



Über die Haupt- und Nebenachsen, wie bei den schon gezeichneten Ellipsen der ersten Kreisebene, können die Ellipsen mit dem Mittelpunkt M_2 in Grund- und Aufriss ebenfalls gezeichnet werden.

Die Sichtbarkeit wurde schon bei der einfachen Kreisscheibe besprochen, sie gilt auch für den Zylinder.

Die Aufgabe ist gelöst!