

Berechnen der Kapazität von Kondensatoren

ET-Buch Seite 88-89

Aus dem Buche „Elektroaufgaben“ von Helmut Lindner, Hanser-Verlag, Auflage 28. In den Beispielen, wie auch in den Lösungen sind einige Fehler enthalten, die noch konkret besprochen werden.

Folgende Formeln sind erforderlich:

Formeln:

$$Q = UC$$

Zweiplattenkondensator:

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r A}{d}$$

Kondensator mit $(n - 1)$ Metallfolien und n Isolierplatten:

$$C = (n - 1) \frac{\epsilon_0 \epsilon_r A}{d}$$

Wickelkondensator:

$$C = \frac{2 \epsilon_0 \epsilon_r A}{d}$$

Röhrchenkondensator:

$$C = \frac{2 \epsilon_0 \epsilon_r \pi l r}{d}$$

Einzelne freie Kugel in Luft:

$$C = 4 \pi \epsilon_0 r$$

Größe	Zeichen	Einheit
elektrische Ladung	Q	$C = A \cdot s$
elektrische Spannung	U	V
Kapazität	C	$F = A \cdot s / V$ $1 \text{ pF} = 10^{-12} \text{ F}$
Dicke des Dielektrikums	d	m
Oberfläche	A	m^2
mittlerer Röhrchenradius	r	m
Länge	l	m
Kugelradius	r	m
elektrische Feldkonstante	ϵ_0	$8,854 \cdot 10^{-12} \text{ A} \cdot \text{s} / (\text{V} \cdot \text{m})$



826. Welche elektrische Ladung nehmen folgende Kondensatoren auf:

	a	b	c	d	e	f
Spannung U [V]	230V	115V	440V	50V	3V	10V
Kapazität C [F]	500pF	325pF	1,2μF	4,5μF	10nF	10μF
Ladung Q [C]	0,115μC	40,25nC	0,528mC	225μC	30nC	100μC

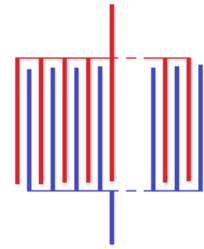
$$Q = U * C$$

827. Welche Kapazitäten haben folgende Kondensatoren:

	a	b	c	d	e	f
Spannung	1V	60V	50kV	100kV	180V	18V
Ladung	0,5μC	0,35μC	3,4mC	15mC	0,36mC	720μC
Kapazität	0,5μF	5,83nF	68nF	0,15μF	2μF	40μF

$$C = \frac{Q}{U}$$

828. Ein Blockkondensator besteht aus 18 Aluminiumfolien mit den Abmessungen 14mm X 28mm und Glimmerscheiben je 0,06mm ($\epsilon_r = 7,0$). Wie groß ist seine Kapazität?



Fläche pro Platte/Folie: $A_{pl} = 14\text{mm} * 28\text{mm} = 392\text{mm}^2 = 3,92\text{cm}^2$

$$C = \frac{(n-1) * \epsilon_0 * \epsilon_r * A}{d} = \frac{17 * 8,854 * 10^{-12} * 7 * 3,92 * 10^{-4}}{0,06 * 10^{-3}} = 6884\text{pF} = 6,884\text{nF}$$

Die Begründung für die Platten- bzw. Folienanzahl „n-1“ liegt in der Tatsache, dass zwischen 18 Platten, 17 Zwischenräume sind, also 17 Glimmerscheiben als Dielektrikum wirken.

Jede Platte/Folie, außer den beiden äußeren rechts und links wirken beidseitig als Kondensator. Die beiden äußeren sind jeweils nur auf einer Seite als Kondensator wirksam, daher tragen nur (n-1) - Platten/Folien zur Kapazität bei.

829. Nach einer Reparatur hatte der in der letzten Aufgabe genannte Kondensator eine Kapazität von nur noch 4850pF. Wie viele Metallfolien waren entfernt worden?

Es gibt zwei Lösungsansätze:

- 1) Bei 17 wirksamen Kondensatoren ist ein Kondensator mit

$$C_p = C_{ges}/17 = 6884\text{pF}/17 = 404,7\text{pF}$$

wirksam. Die neue Kapazität nach dem Entfernen von Platten/Folien beträgt $C' = 4850\text{pF}$.

$$n' = C' / C_p = 4850\text{pF}/404,7\text{pF} = 12$$

Da die äußeren Platten/Folien, wie vorher erklärt jeweils nur zur Hälfte wirken, ist eine weitere Platte/Folie erforderlich.

Ergebnis: 13 Platten/Folien. Es wurden 5 Platten/Folien entfernt.

- 2) $\frac{\text{neue Anzahl}}{\text{alter Anzahl}} = \frac{\text{neue Kapazität}}{\text{alter Kapazität}} \dots\dots$ daraus:

$$(n' - 1) = \frac{(n-1)C'}{C} = \frac{17 * 4850\text{pF}}{6880\text{pF}} = 12; \quad n' = 13$$

830. Ein Wickelkondensator enthält 2 paraffinierte Papierstreifen ($\epsilon_r = 2,16$) von 0,025 mm Dicke und 2 Metallfolien von je 12 m Länge und 5 cm Breite. Wie groß ist seine Kapazität?

$$C = 2 * \epsilon_0 * \epsilon_r * \frac{A}{d} = 8,852 * 10^{-12} * 2,16 * \frac{12\text{m} * 0,05\text{m}}{0,000025\text{m}} = 918\text{nF} = 0,92\mu\text{F}$$

831. Wie viel Meter Wickelband sind erforderlich, um eine Kapazität von 2 μF zu erzielen? Das Band besteht aus 2 paraffinierten Papierstreifen ($\epsilon_r = 2,16$) von 0,032 mm Dicke und 2 Aluminiumfolien von 38 mm Breite.

$$C = 2 * \epsilon_0 * \epsilon_r * \frac{A}{d} = 2 * \epsilon_0 * \epsilon_r * \frac{l * b}{d} \quad \text{daraus}$$

$$l = \frac{C * d}{2 * \epsilon_0 * \epsilon_r * b} = \frac{C * d}{2 * \epsilon_0 * \epsilon_r * b} = \frac{2 * 10^{-6}\text{F} * 32 * 10^{-6}\text{m}}{2 * 8,852 * 10^{-12} * 3,16 * 0,038\text{m}} = 44\text{m}$$

832. Ein aus n Aluminiumfolien und $(n + 1)$ Glasplatten aufgebauter Kondensator ($\epsilon_r = 8$) soll eine Kapazität von 2,22 nF haben. Die Folien sind 0,1 mm dick und 125 mm x 70 mm groß. Die gesamte Dicke des Pakets darf 38 mm betragen. Wie viel Platten und Folien sind aufeinander zu legen, und wie groß ist die Dicke einer Glasplatte?

Siehe Schlussbemerkung.

833. Der in Aufg. 832 genannte Kondensator wird mit 11 Folien und 12 je 3 mm dicken Glasplatten angefertigt ($\epsilon_r = 8$). a) Kapazität in nF? b) Masse des Pakets, wenn die Dichte des Aluminiums $2,7 \text{ g/cm}^3$ und die des Glases $2,6 \text{ g/cm}^3$ beträgt? Die Glasplatten überragen die Folien allseitig um 5 mm.

Siehe Schlussbemerkung.

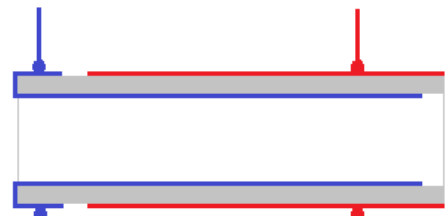
834. Die Belegungen eines Röhrenkondensators sind 15 mm lang, der Außendurchmesser beträgt 5 mm, die Dicke des Dielektrikums 0,16 mm ($\epsilon_r = 55$). Wie groß ist die Kapazität?
 $r_m = r - d/2 = 2,5\text{mm} - 0,08\text{mm} = 2,42\text{mm}$

$C = \epsilon_0 * \epsilon_r * \frac{A}{d} = \epsilon_0 * \epsilon_r * \frac{2 * r_m * \pi * l}{d} = 8,852 * 10^{-12} * 55 * \frac{2 * 2,42 * 10^{-3} * \pi * 15 * 10^{-3}}{0,16 * 10^{-3}} = 700\text{pF}$ laut Buch??
 Bitte überprüfen!

835. Wie dick muss das Dielektrikum ($\epsilon_r = 82$) eines Röhrenkondensators von 20 mm wirksamer Belagslänge sein, wenn bei einem Außendurchmesser von 6 mm die Kapazität 2 nF betragen soll?

836. Wie groß muss der äußere Durchmesser des in Aufgabe 835 genannten Kondensators sein, wenn bei gleicher Schichtdicke die Kapazität 3 nF betragen soll?

837. Ein Röhrenkondensator von 25 mm wirksamer Belagslänge, 8 mm äußerem Durchmesser und einer Kerarfarschicht von 0,4 mm ($\epsilon_r = 64$) soll zu einem Plattenkondensator mit einer Schichtdicke von 0,1 mm **umgestaltet** werden. Welchen Durchmesser müssen die beiden kreisförmigen Platten bei gleicher Kapazität haben?

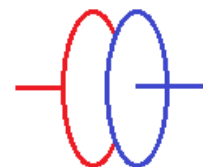


$$C = \frac{\epsilon_0 * \epsilon_r * A}{d} = \frac{\epsilon_0 * \epsilon_r * l * 2\pi r}{d} = \frac{\epsilon_0 * \epsilon_r * l * 2\pi (r - \frac{d_r}{2})}{d} = \frac{8,852 * 10^{-12} * 64 * 25 * 10^{-3} * 2\pi (4 - \frac{0,4}{2}) * 10^{-3}}{0,4 * 10^{-3}} = 845,4\text{pF}$$

Die selbe Kapazität soll ein Plattenkondensator mit kreisförmigen Scheiben und $d = 0,1\text{mm}$, $\epsilon_r = 64$.

$$C = \frac{\epsilon_0 * \epsilon_r * A}{d} \quad \text{daraus:}$$

$$A = \frac{C * d}{\epsilon_0 * \epsilon_r} = \frac{845\text{pF} * 10^{-12} * 0,1 * 10^{-3}\text{m}}{8,852 * 10^{-12} * 64} = 1,49\text{cm}^2$$



$$\text{Kreisplatte: } A = \frac{D^2 \pi}{4} \quad \text{daraus} \quad D = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 * 1,49\text{cm}^2}{\pi}} = 1,38\text{cm}$$

Siehe Schlussbemerkungen

Das ist eine typische Aufgabe aus Lehrbüchern, der jegliche praxisbezogene Grundlage fehlt!

838. Welche Kapazität hat eine Kugel von 1cm Radius?

$$C = 4 * \Pi * \epsilon_0 * r = 4 * \Pi * 8,852 * 10^{-12} * 0,01m = 1,11pF$$

839. Welche Kapazität hat die Oberfläche der Erde? (Erdradius $r = 6\,378\text{ km}$)

$$C = 4 * \Pi * \epsilon_0 * r = 4 * \Pi * 8,852 * 10^{-12} * 6378m * 10^3 = 709,4\mu F$$

840. Auf den wie vielfachen Wert steigt die Kapazität eines Kondensators mit n Platten, wenn alle linearen Abmessungen verdoppelt werden?

$$C = \epsilon_0 * \epsilon_r * (n - 1) * \frac{A}{d}$$

Bei Kapazitätsvergleichen (Verhältnissen) kann die Formel vereinfacht werden:

$$C = k * \frac{A}{d}$$

1) Logische Überlegung:

Bei Verdopplung aller Abmessungen erhöht sich die Fläche „A“ um das Vierfache und der Abstand „d“ um das Zweifache. Die Flächenvergrößerung vervierfacht die Kapazität und die Abstandsvergrößerung halbiert die Kapazität. Somit wird diese „nur“ um den Faktor „4/2“ also „2“ erhöht.

2) Mathematischer Lösungsansatz:

$$\begin{aligned} x * C &= C' \\ x * \left(k * \frac{A}{d}\right) &= k * \frac{4A}{2d} \quad : k * \frac{A}{d} \\ x &= \frac{4}{2} = 2 \quad \text{Die Kapazität verdoppelt sich} \end{aligned}$$

841. Auf den wie vielfachen Wert steigt die Kapazität eines Röhrenkondensators, wenn die linearen Abmessungen verdoppelt werden, die Schichtdicke jedoch dieselbe bleibt?

Der selbe Lösungsansatz wie im vorigen Beispiel:

$$C = k * \frac{A}{d}$$

1) Logische Überlegung:

Wenn sich nur die Fläche vervierfacht und der Abstand gleich bleibt, dann vervierfacht sich auch die Kapazität.

2) Mathematischer Lösungsansatz:

$$\begin{aligned} x * C &= C' \\ x * \left(k * \frac{A}{d}\right) &= k * \frac{4A}{\textcolor{red}{d}} \quad : k * \frac{A}{d} \\ x &= \frac{4}{1} = 4 \quad \text{Die Kapazität vervierfacht sich} \end{aligned}$$

842. Ein Röhrenkondensator hat einen Außendurchmesser von 10 mm und eine Schichtdicke von 0,2 mm. Welche Dicke muss das Dielektrikum haben, wenn sich bei halbem Außendurchmesser und 3facher Länge dieselbe Kapazität ergeben soll?

Siehe Schlussbemerkung.

843. Welche Oberfläche müsste ein Zweiplattenkondensator haben, wenn er bei einer Spannung von 230 V und einem Plattenabstand von 1 mm die Ladung 1 C tragen soll?

$$Q = C * U \quad C = \frac{\epsilon_0 * A}{d}$$

$$Q = \frac{\epsilon_0 * A}{d} * U \quad \text{daraus:}$$

$$A = \frac{Q * d}{\epsilon_0 * U} = \frac{1C * 0,001m}{8,852 * 10^{-12} * 230V} = 491169m^2 \text{ (laut Buch } 4911m^2, \text{ bitte überprüfen)}$$

Das ergibt eine Seitenlänge bei quadratischen Platten von 700m, oder einen Durchmesser von 791m bei kreisförmigen Platten.

Schlussbemerkung:

Viele dieser Aufgaben sind zu 95% der Mathematik und nur zu 5% Elektrotechnik zuzuordnen und sind daher im falschen Fachbuch abgedruckt. Sie sind von „elektrotechnischen Philosophen“ (meist Lehrer) erdacht und vermissen den Bezug zu praktischen Anwendungen.

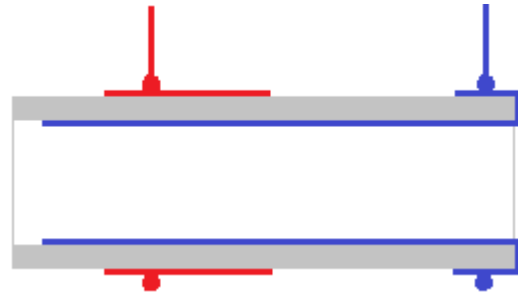
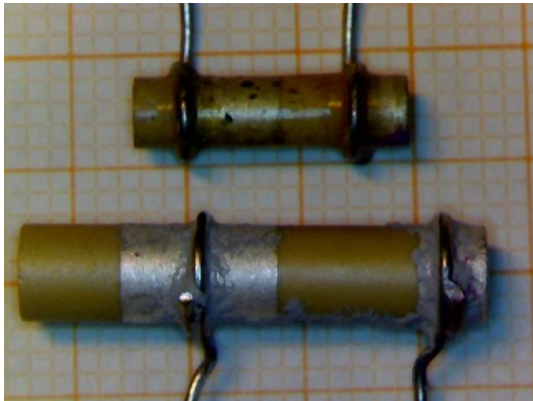
Kritische Anmerkung zum Angabentext Beispiel 837: Wie kann ein Röhrenkondensator aus Kerafar (harte Keramikmasse) mit einer Schichtdicke von 0,4mm zu einem Scheibenkondensator mit einer Schichtdicke von 0,1mm umgestaltet werden?

<http://www.nw-service.at/ET-Nachhilfe-2012/ET-Berechnen-der-Kapazitaet-von-Kondensatoren-20150417.pdf>



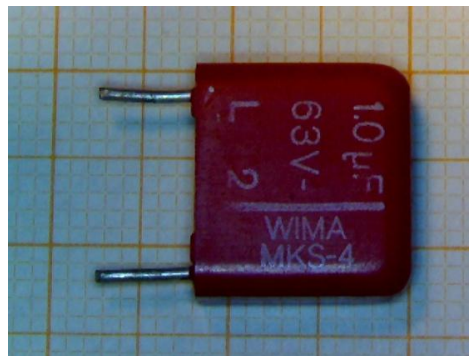
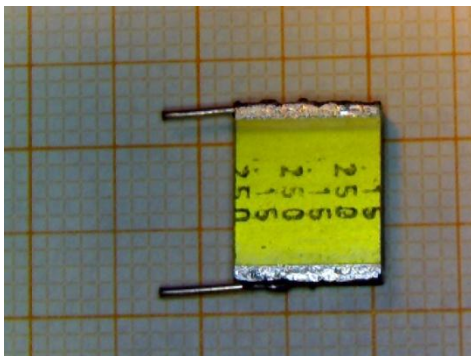
In mehreren Beispielen sind Röhrenkondensatoren zur Lösung von mehr oder weniger mathematisch-geometrischen Aufgaben herangezogen worden. Im unteren linken Bild sind solche Kondensatoren nach dem Auflösen der vor Korrosion schützenden Lackschicht zu sehen. Wirksame Kondensatorfläche ist jene, bei der sich der äußere und der Silberzylinder „gegenüberstehen“, also nur ein kleiner Teil der Gesamtlänge.

Der Abstand an der Außenseite ist nötig, damit kein Überschlag zwischen den beiden Kondensatorpolen stattfindet. **Keramik hat eine vielfach höhere Durchschlagsfestigkeit als Luft oder Lack.**



Röhrenkondensatoren werden heute kaum mehr hergestellt und verwendet und sind in den großen Elektronikversand-Firmen nicht zu finden. Derzeit werden nur noch Folien- und Keramik kondensatoren in Plättchenform, rund mit Anschlussdrähten oder rechteckig im SMD-Format, verwendet. Wie schon bemerkt, diesen Rechenbeispielen fehlt der Praxisbezug.

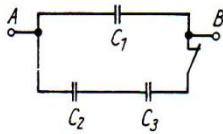
In den unteren Bildern sind Folienkondensatoren ohne und mit Kunststoffgehäuse zu sehen.



Keramikkondensator mit 1µF und Keramikkondensator SMD Technik 15nF, 1,5mm x 3mm



Hintergrund
mm-Raster.

Bild 351:
Aufgabe 825

826. a) $Q = UC = 230 \text{ V} \cdot 500 \cdot 10^{-12} \text{ F}$
 $= 0,115 \mu\text{C}$

b) 0,040 25 μC c) 0,528 mC d) 225 μC
 e) 30 nC f) 100 μC

827. a) $C = \frac{Q}{U} = \frac{0,5 \cdot 10^{-6} \text{ A} \cdot \text{s}}{1 \text{ V}} = 0,5 \mu\text{F}$

b) 5,83 nF c) 68 nF d) 0,15 μF e) 2 μF

828. $C = \frac{(n-1)\epsilon_0\epsilon_r A}{d} = 6884 \text{ pF}$

829. $n' - 1 = \frac{(n-1)C'}{C} = 12; \quad n' = 13;$
 entfernt wurden also 5 Folien.

830. $C = \frac{2\epsilon_0\epsilon_r A}{d} = 0,92 \mu\text{F}$

831. $l = \frac{Cd}{2\epsilon_0\epsilon_r b} = 44 \text{ m}$

832. Mit der Foliendicke d_1 und der Plattendicke d_2 ist bei n Folien die Gesamtdicke

$$d = d_1 n + d_2 (n+1); \quad n = \frac{d - d_2}{d_1 + d_2};$$

$$n - 1 = \frac{d - d_1 - 2d_2}{d_1 + d_2};$$

$$\text{aus } C = \frac{\epsilon_0\epsilon_r A (d - d_1 - 2d_2)}{(d_1 + d_2)d_2}$$

ergibt sich die Plattendicke $d_2 = 2,94 \text{ mm};$

$n = 11,52$ Folien. Mit 11 Folien wird die Kapazität ein wenig kleiner.

833. a) $C = \frac{\epsilon_0\epsilon_r(n-1)A}{d} = 2,27 \text{ nF}$

b) $m_{\text{Al}} = 11(87,5 \cdot 0,01) \text{ cm}^3 \cdot 2,7 \text{ g/cm}^3 = 26 \text{ g};$

$$m_{\text{G1}} = 12(13,5 \cdot 8,0 \cdot 0,3) \text{ cm}^3 \cdot 2,6 \text{ g/cm}^3 = 1011 \text{ g};$$

Gesamtmasse $m = 1037 \text{ g}$

834. $C = \frac{\epsilon_0\epsilon_r 2\pi l r}{d} = 700 \text{ pF}$

835. Mittlerer Röhrenradius $r_m = r_a - \frac{d}{2};$

$$C = \frac{\epsilon_0\epsilon_r 2\pi l \left(r_a - \frac{d}{2}\right)}{d};$$

hieraus folgt $d = 0,13 \text{ mm}.$

836. Aus dem Ansatz von Aufgabe 835 folgt

$$r_a = 0,43 \text{ cm}; \quad D = 0,87 \text{ cm}$$

837. Aus der Gleichung

$$\frac{\epsilon_0\epsilon_r 2\pi l \left(r_a - \frac{d_1}{2}\right)}{d_1} = \frac{\epsilon_0\epsilon_r D^2 \pi}{4d_2} \text{ folgt } D = 1,38 \text{ cm}.$$

838. $C = 4\pi\epsilon_0 r = 1,11 \text{ pF}$

839. $C = 4\pi\epsilon_0 r = 710 \mu\text{F}$

840. Hat die Kapazität dieses Kondensators den x -fachen Wert, so gilt:

$$x \left[\epsilon_0\epsilon_r (n-1) \frac{A}{d} \right] = \epsilon_0\epsilon_r (n-1) \frac{4A}{2d}; \quad x = 2$$

841. $\frac{x \left[\epsilon_0\epsilon_r 2\pi l \left(r_a - \frac{d}{2}\right) \right]}{d} = \frac{\epsilon_0\epsilon_r 2\pi l \left(2r_a - \frac{d}{2}\right)}{d};$

$$\text{hieraus ergibt sich } x = \frac{8r_a - 2d}{2r_a - d};$$

wenn $d \ll r_a$ ist, ergibt sich $x = 4$, d. h. die 4fache Kapazität.

842. $\frac{\epsilon_0\epsilon_r 2\pi l \left(r_a - \frac{d}{2}\right)}{d} = \frac{\epsilon_0\epsilon_r 2\pi l \left(\frac{r_a}{2} - \frac{d'}{2}\right)}{d'};$

$$\text{hieraus erhält man } d' = \frac{3r_a d}{2(r_a + d)} = 0,288 \text{ mm}.$$

843. $C = \frac{Q}{U} = \frac{\epsilon_0 A}{d}; \quad A = \frac{Qd}{U\epsilon_0} = 4911 \text{ m}^2$

844. $C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r l}{\ln 10} = 1044 \text{ pF}$

845. Die Kapazität ist der Länge proportional;

$$l_2 = \frac{C_2 l_1}{C_1} = 14,7 \text{ m}$$

846. $\ln \frac{d_a}{d_i} = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r l}{C} = 2,67;$

$$\frac{d_a}{d_i} = 14,4; \quad d_a = 34,7 \text{ mm}$$