# Einige grundsätzliche Überlegungen:

1) Die Wahl der Unbekannten, x, y, z, oder a, b, c oder α, β, γ oder m, n, o …. etc. richten sich nach den Beispielen und sind so zu wählen, dass sie am besten zu jenen Größen passen, für die sie stellvertretend stehen. Das ist besser, da wir uns leichter die Verbindung der Unbekannten zu jenen Größen, für die sie stehen, vorstellen können.

2) Bei drei Unbekannten sind drei unabhängige Gleichungen nötig. Im Beispiel (Bsp. 8) mit den Fässern gibt es die drei Formeln:

$x + y + z = 100$ ..gewandelt: $x = 100 – y – z$ od. $y = 100 – y – x$ od. $z = 100 – y – x$
$x = y + 20$ ..gewandelt: $y = x – 20$
$z = y – 10$ …gewandelt: $y = z + 10$

Es würde nicht reichen, wenn es nur die erste Formel mit Ihren gewandelten Formen gäbe

$x + y + z = 100$
$x = 100 – y – z$
$y = 100 – z – x$
$z = 100 –y – x$

Diese vier Formeln stellen dieselbe Beziehung zwischen den Unbekannten dar und ergeben daher keine Lösung, sondern nur die Angabe wieder.

$100 – y – z + 100 – z – x + 100 –y – x = 100$
$300 – 2z – 2y – 2 x = 100$
$– 2z – 2y – 2 x = – 200 \quad |/–2$
$z + y + x = 100$ ……..und das ist die ursprüngliche Formel in anderer Reihenfolge

Bei diesem Beispiel wäre es auch möglich die drei Unbekannten mit F1 für Fass1, F2 für Fass2 und F3 für Fass3 zu wählen statt x, y, z, die Standartvariablen für Unbekannte.

# Textgleichungen

1. *Zählt man zwei aufeinanderfolgende Zahlen zusammen, erhält man 115. Berechne die Differenz!*

Bei zwei **aufeinanderfolgende** Zahlen, z.B. 12, 13 oder 57, 58 oder 1344, 1345, ist die Differenz, also der Unterschied, **immer 1**, daher ist in der Angabe die Summe der Zahlen eigentlich überflüssig, wenn nicht nach den Zahlen selbst gefragt wird.

Wird nach den Zahlen gefragt so handelt es sich um zwei Zahlen, nennen wir sie z.B. x und y. Bei zwei Unbekannten benötig man zwei unabhängige Gleichungen:
Der mathematische Ansatz lautet:
$x + y = 115$, $y = x + 1$, wenn x die Variable der kleineren Zahl ist.
Das Einsetzen der zweiten Gleichung in die erste ergibt:
$x + x + 1 = 115$.
Die Zahlen auf die eine Seite, die Unbekannte auf die andere Seite der Gleichung:
$x + x = 115 – 1$
$2x = 114$
$x = 114/2 = 57$

Probe: $x = 57$, $y = 57+1 = 58$, $x + y = 57 + 58 = 115$ Auflösung: RICHTIG

2. *Die Summe zweier aufeinander folgender ungerader Zahlen ergibt 56. Welche Zahlen sind es?*

Dabei ist es gut sich die Zahlenreihe vorzustellen. Die Zahlenreiher der ungeraden Zahlen:1, 3, 5, 7, ……23, 25, 27, 29…..43, 45,…. Die Differenz zwischen den Zahlen dieser Reihe ist **immer 2**. Dies gilt auch für Zahlenreiher der geraden Zahlen.

Nennen wir die gesuchten Zahlen wieder x, y, dann gibt es zwei Gleichungen:
$x + y = 56$, $y = x + 2$, wenn x die Variable der kleineren Zahl ist.
Das Einsetzen der zweiten Gleichung in die erste ergibt:
$x + x + 2 = 56$.
Die Zahlen auf die eine Seite, die Unbekannte auf die andere Seite der Gleichung:
$x + x = 56 - 2$
$2x = 54$
$x = 54/2 = 27$

Probe: $x = 27$, $y = 27+2 = 29$, $x + y = 27 + 29 = 56$ Auflösung: RICHTIG

3. *Die Summe dreier aufeinander folgender, durch 7 teilbarer Zahlen ist 252. Es sind die Zahlen ..- ?*

Auch hier ist es wieder gut sich die Zahlenreihe vorzustellen. Zahlen, die durch 7 teilbar sind ist das Siebener-Ein-mal-Eins, also 7, 14, 21, 28.….63, 70, 77,…. 84, 91…usw.
Der Lösungsansatz könnte wie bei vorherigen Beispielen lauten (drei Unbekannte, daher drei Gleichungen):
$x + y + z = 252$,
$x + 7 = y$,
$y + 7 = z$

Nun gibt es auch eine einfachere Überlegung. Wenn Unterschied zwischen den Zahlen dieser Reihe immer 7 ist so kann das gleich in einer Formel aufgeschrieben werden. Die kleinste, der drei Zahlen ist x:
$x + x + 7 + x + 14 = 252$ daraus
$3x + 21 = 252$.

Die Zahlen auf die eine Seite, die Unbekannte auf die andere Seite der Gleichung:
$3x = 252 – 21$ weiter
$x = 231/3 = 77$

Die Zahlenreihe: 77, 77 + 7, 77 + 14……..77, 84, 91

Bei den nächsten drei Beispielen ist immer nach einer Unbekannten, nennen wir sie „z“ gefragt, daher ist auch immer nur eine Gleichung erforderlich:

4. *Es kommt dasselbe heraus, wenn man vom 7-fachen einer Zahl 30 subtrahiert oder ob man zum 3–fachen die Zahl 2 addiert.*

Lösungsansatz: $7z - 30 = 3z + 2$
Unbekannte auf eine Seite der Gleichung, Zahlen auf die andere:
$7z - 3z = 2 + 30$
$4z = 32$
$z = 32/4 = 8$

Probe: $7z - 30 = 3z + 2$ …..56-30 = 24 + 2 …. 26 = 26…. Auflösung: RICHTIG

5. *Das Dreifache einer Zahl erhält man, wenn man von 20 das um 5 verminderte Doppelte der Zahl subtrahiert.*

Lösungsansatz: $3z = 20 - (2z - 5)$ in der Klammer steht das um 5 verminderte Doppelte der Zahl. Die Klammer ist erforderlich, damit mit dem Minus vor der Klammer richtig gerechnet wird (ein Minus vor der Klammer ändert die Vorzeichen in der Klammer bei der Auflösung der Klammer).
$3z = 20 - (2z - 5)$
$3z = 20 - 2z + 5$
Unbekannte auf eine Seite der Gleichung, Zahlen auf die andere:
$3z + 2z = 25$
$5z = 25$
$z = 25/5 = 5$

Probe: $3z = 20 - (2z - 5)$ …15 = 20 – (10 – 5) … 15 = 20 – 5 …15 = 15… no na net!

6. *Das Fünffache einer Zahl, vermindert um 2, gibt das um 8 vermehrte Vierfache der Zahl.*

Lösungsansatz: $5z - 2 = 4z + 8$
Unbekannte auf eine Seite der Gleichung, Zahlen auf die andere:
$5z - 4z = 8 + 2$
$z = 10$

Probe: $5z - 2 = 4z + 8$ ….50 – 2 = 40 + 8 …… 48 = 48 …..ist keine Ungleichung, daher richtig

7. *In einer Schule sind 480 SchülerInnen. Es sind um 40 Buben mehr als Mädchen. Wie viele Buben und wie viele Mädchen besuchen diese Schule?*

Hier gibt es zwei Unbekannte m(ädchen) und b(uben) und daher auch zwei Gleichungen.

Der Lösungsansatz: $m + b = 480$, $b = m + 40$.
Es kann b der zweiten Gleichung in die erste eingesetzt werden:

$$m + m + 40 = 480$$
$$2m + 40 = 480$$
$$2m = 480 - 40 = 440$$
$$m = 440/2 = 220 \text{ (Mädchen)}$$
$$b = m + 40 = 220 + 40 = 260 \text{ (Buben)}$$

Probe: $m + b = 480$
$220 + 260 = 480$ Auflösung: RICHTIG

8. *In drei Fässer sind zusammen 100 Liter. Im 1.Fass sind um 20 l mehr als im 2. Fass. Im 3. Fass sind um 10 l weniger als im 2. Fass. Wie viel Liter sind in den einzelnen Fässern?*

In diesem Beispiel sind wieder drei Unbekannte x..1.Fass, y..2.Fass, z..3.Fass und damit auch drei Gleichungen erforderlich:

$$x + y + z = 100,$$
$$x = y + 20,$$
$$z = y - 10.$$

Die Unbekannten x und z sind durch y definiert daher setzen wir in die erste Gleichung ein:

$$x + y + z = 100$$
$$y + 20 + \mathbf{y} + y - 10 = 100$$
$$3y + 10 = 100$$
$$3y = 100 - 10 = 90$$
$$y = 90/3 = 30$$

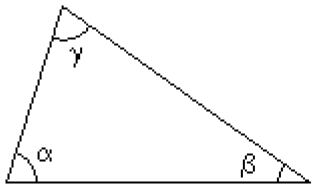
Probe: $x = y + 20 = 50$ , $z = y - 10 = 20$… $x + y + z = 100$….. $50 + 30 + 20 = 100$
Auflösung: RICHTIG

9. *Simon wird nach seinem Alter gefragt. „ Wenn ich 4 mal so alt bin, wie jetzt und noch 10 Jahre dazu rechne, dann bin ich 50.*

Eine so leichte Aufgabe fällt direkt in dieser Sammlung auf!
Eine Unbekannte a für Alter.
Lösungsansatz: $4a + 10 = 50$

$$4a = 50 - 10 = 40$$
$$a = 40 / 4 = 9{,}999999 \text{ rund } 10$$ ☺.

10. *In einem Dreieck ist der Winkel Alpha um 24° größer als der Winkel Beta. Der Winkel Gamma ist elf Mal so groß wie der Winkel Beta. Wie groß sind die Winkel $\alpha$ $\beta$ $\gamma$?*

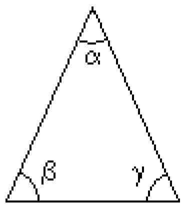



Für die Beispiele mit den Dreiecken ist grundsätzlich zu wissen, dass die Summe aller Winkel im Dreieck immer 180° ist, also $\alpha + \beta + \gamma = 180°$.
Es gibt drei Unbekannte (die Winkel $\alpha$ $\beta$ $\gamma$) und daher sind auch drei unabhängige Gleichungen notwendig.

Der Lösungsansatz: $\alpha + \beta + \gamma = 180$,
$\alpha = \beta + 24$
$\gamma = 11 * \beta$
Nun kann in die erste Formel $\alpha + \beta + \gamma = 180$ für $\alpha = \beta + 24$ und $\gamma = 11 * \beta$ eingesetzt werden:
$\beta + 24 + \beta + 11\beta = 180$
$13\beta + 24 = 180.$
Die Zahlen auf die eine Seite, die Unbekannte auf die andere Seite der Gleichung:
$13\beta = 180 – 24$
$13\beta = 156$
$\beta = 156/13 = 12$

Probe: $\alpha = \beta + 24$, $\gamma = 11 * \beta$ .......$\alpha = 12 + 24 = 36$ ........ $\gamma = 11 * 12 = 132$
$\alpha + \beta + \gamma = 180$ ........ $36 + 12 + 132 = 180$ ..... Auflösung: RICHTIG

11. *In einem gleichschenkeligen Dreieck ist der Winkel an der Spitze um 8° größer als das Doppelte eines Winkels an der Basis. Wie groß ist ein Winkel an der Basis und wie groß ist der Winkel an der Spitze des Dreiecks?*

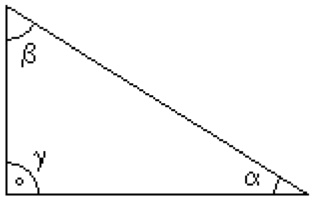



Für die Beispiele mit den Dreiecken ist grundsätzlich zu wissen, dass die Summe aller Winkel im Dreieck immer 180° ist, also $\alpha + \beta + \gamma = 180°$ und dass beim gleichschenkeligen Dreieck, wenn der Winkel $\alpha$ zwischen den gleichen Schenkeln ist (siehe Zeichnung) die Winkel $\beta$ und $\gamma$ dann auch gleich groß sein müssen.

Der Lösungsansatz: $\alpha + \beta + \gamma = 180°$, $\alpha = 2\beta + 8$, $\beta = \gamma$.
Damit ist $\alpha$ und $\gamma$ durch $\beta$ definiert. Nun kann in die Formel $\alpha + \beta + \gamma = 180$ eingesetzt werden:
$2\beta + 8 + \beta + \beta = 180$
$4\beta + 8 = 180$
$4\beta = 180 – 8$
$\beta = 172/4 = 43.$
Daraus:
$\alpha = 2\beta + 8 = 2*43 + 8 = 94$
$\beta = \gamma$ ....$\gamma = \beta = 43$

Probe: $\alpha + \beta + \gamma = 180$......$94 + 43 + 43 = 180$..... Auflösung: RICHTIG

12. *In einem rechtwinkeligen Dreieck ist der eine spitze Winkel 23 ° kleiner als der andere. Wie groß sind die beiden spitzen Winkel?*




Es gilt wie bei allen Dreiecken: $\alpha + \beta + \gamma = 180°$. Wenn ein Winkel 90° hat, ist die Summe der beiden anderen auch 90°.
In unserer Zeichnung ist $\gamma = 90°$ (der rechte Winkel).
$\alpha = \beta - 23$,
$\alpha + \beta = 90$

In die zweite Gleichung wird α eingesetzt, daher der Lösungsansatz:

$\beta - 23 + \beta = 90$

$2\beta - 23 = 90$

$2\beta = 90 + 23$

$\beta = 113/2 = 56{,}5°$

$\alpha = \beta - 23 = 56{,}5 - 23 = 33{,}5°$

Probe: $\alpha + \beta + \gamma = 180$
$56{,}5 + 33{,}5 + 90 = 180$..... Auflösung: RICHTIG

Anmerkung: Vermutlich ist in der Angabe der Winkel von 23° nicht richtig, da bisher alle Gleichungen ganze Zahlen als Lösung ergaben. Vielleicht sollte es 22° oder 24° lauten?

Liebe Grüße euer

OMAPA