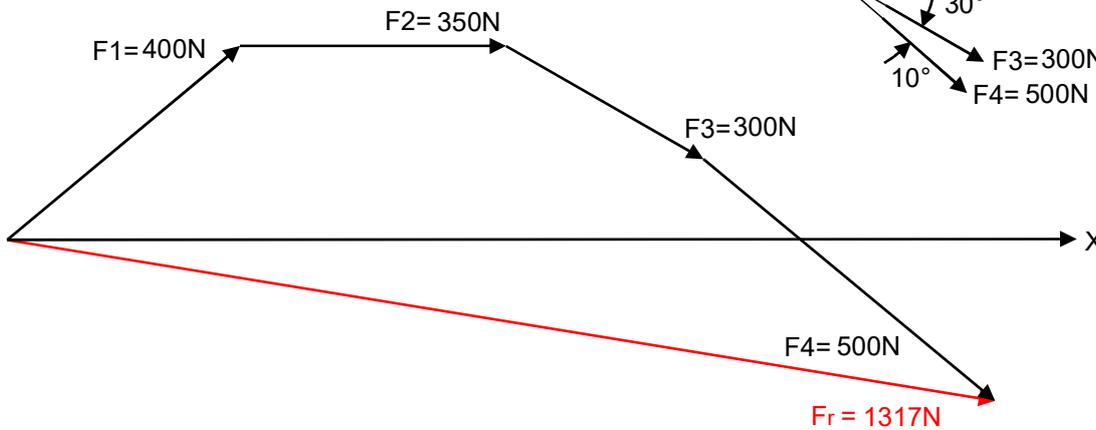
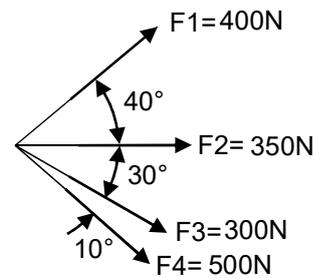
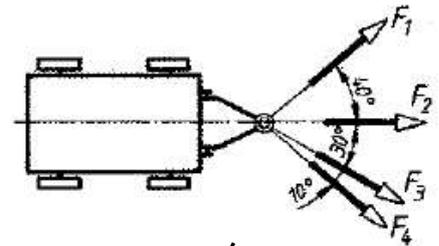


34

Vier Männer ziehen einen Wagen an Seilen, die nach Skizze in die Zugöse der Deichsel eingehängt sind. Die Zugkräfte betragen  $F_1 = 400\text{ N}$ ,  $F_2 = 350\text{ N}$ ,  $F_3 = 300\text{ N}$  und  $F_4 = 500\text{ N}$ .

Gesucht:

- a) der Betrag der Resultierenden  $F_r$ ,
- b) der Richtungswinkel  $\alpha_r$ .



Vektorenrechnung				
		Eingabefelder		Ergebnisse
Kräfte	Kraft	Winkel	X-Anteil	Y-Anteil
Nr.	N od. kN	$\alpha$ [°]	$F \cdot \cos\alpha$	$F \cdot \sin\alpha$
F1	400,00	40,00	306,42	257,12
F2	350,00	0,00	350,00	0,00
F3	300,00	-30,00	259,81	-150,00
F4	500,00	-40,00	383,02	-321,39
F5			0,00	0,00
F6			0,00	0,00
F7			0,00	0,00
<b>Ergebnis <math>F_r</math></b>	<b>1316,80</b>	<b>350,63</b>	<b>1299,25</b>	<b>-214,28</b>
Version	3.0		Summe der X- u. Y-Anteile	

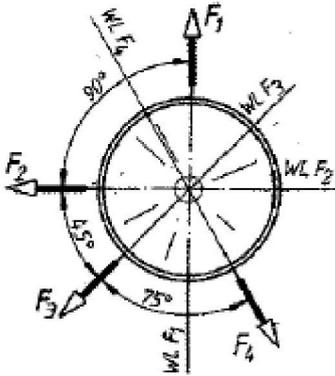
Die Berechnung des Winkels der Resultierenden  $\alpha$  mit der Formel  $\alpha = \text{ARCTAN}(Y/X)$  ergibt zwar einen Winkel, die Zuordnung zum richtigen Quadranten muss aber selbst getroffen werden.

Zuerst muss auf Grund der Angabe der richtige Quadrant bestimmt werden und dann gilt folgende Korrektur für den richtigen Winkel:

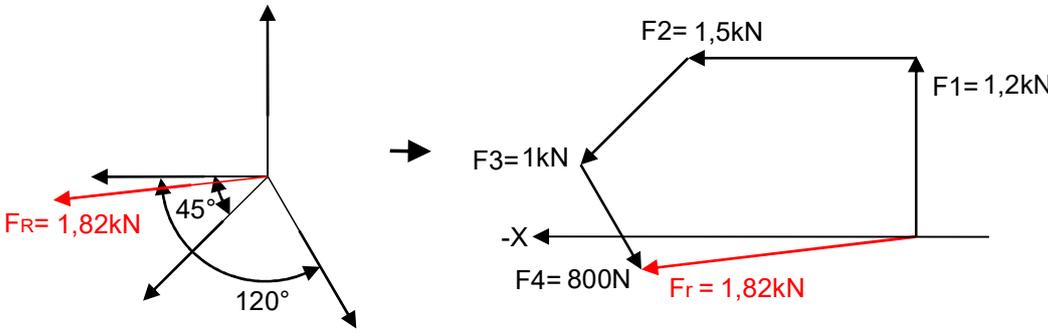
1. Qu. ...  $\alpha = \text{ARCTAN}(Y/X)$
2. Qu. ...  $\alpha = 180^\circ - \text{ARCTAN}(Y/X)$
3. Qu. ...  $\alpha = 180^\circ + \text{ARCTAN}(Y/X)$
4. Qu. ...  $\alpha = 360^\circ - \text{ARCTAN}(Y/X)$

35

Ein Kettenkarussell ist mit vier Personen unsymmetrisch nach Skizze besetzt. Die im Betrieb auftretenden Fliehkräfte  $F_1 = 1,2 \text{ kN}$ ,  $F_2 = 1,5 \text{ kN}$ ,  $F_3 = 1,0 \text{ kN}$  und  $F_4 = 0,8 \text{ kN}$  wirken dabei als Biegekräfte auf den Zentralmast.



- a) Wie groß ist der Betrag der resultierenden Biegekraft?
- b) Unter welchem Richtungswinkel  $\alpha_r$  wirkt sie?



Vektorenberechnung				
Eingabefelder			Ergebnisse	
Kräfte Nr.	Kraft N od. kN	Winkel $\alpha$ [°]	X-Anteil $F \cdot \cos \alpha$	Y-Anteil $F \cdot \sin \alpha$
F1	1,20	90,00	0,00	1,20
F2	1,50	180,00	-1,50	0,00
F3	1,00	225,00	-0,71	-0,71
F4	0,80	-60,00	0,40	-0,69
F5			0,00	0,00
F6			0,00	0,00
F7			0,00	0,00
<b>Ergebnis <math>F_r</math></b>	<b>1,82</b>	<b>186,31</b>	<b>-1,81</b>	<b>-0,20</b>
Version	3.0		Summe der X- u. Y-Anteile	

Die Berechnung des Winkels der Resultierenden  $\alpha$  mit der Formel  $\alpha = \text{ARCTAN}(Y/X)$  ergibt zwar einen Winkel, die Zuordnung zum richtigen Quadranten muss aber selbst getroffen werden.

Zuerst muss auf Grund der Angabe der richtige Quadrant bestimmt werden und dann gilt folgende Korrektur für den richtigen Winkel:

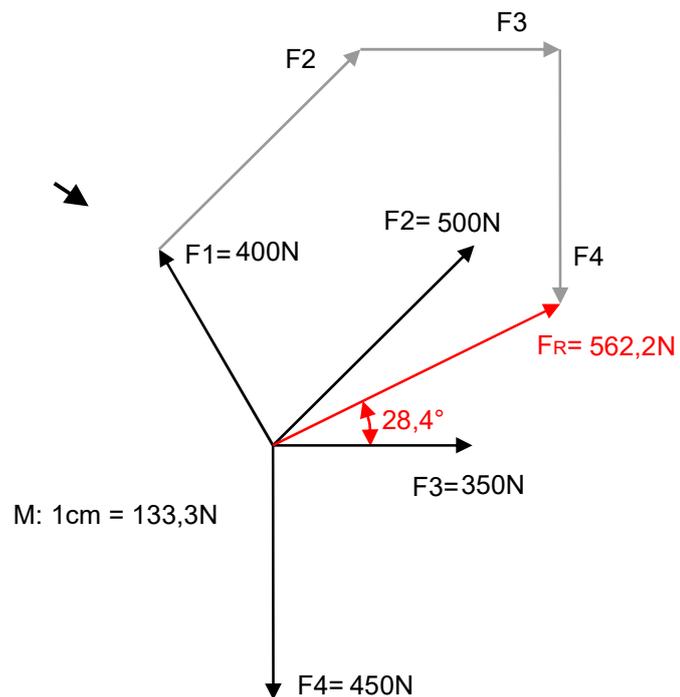
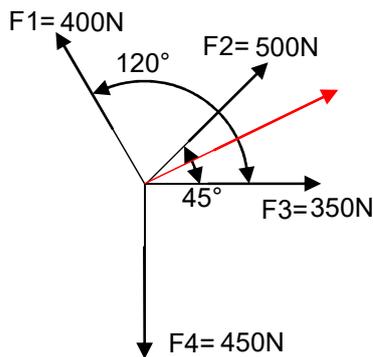
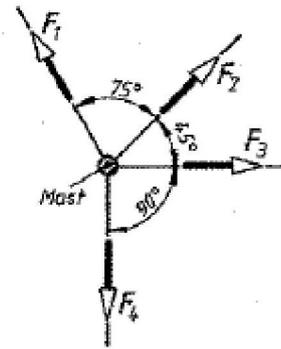
- 1. Qu. ...  $\alpha = \text{ARCTAN}(Y/X)$
- 2. Qu. ...  $\alpha = 180^\circ - \text{ARCTAN}(Y/X)$
- 3. Qu. ...  $\alpha = 180^\circ + \text{ARCTAN}(Y/X)$
- 4. Qu. ...  $\alpha = 360^\circ - \text{ARCTAN}(Y/X)$

36

Ein Telefonmast wird durch die waagerechten Spannkraften von vier Drähten belastet. Die Spannkraften sind  $F_1 = 400 \text{ N}$ ,  $F_2 = 500 \text{ N}$ ,  $F_3 = 350 \text{ N}$  und  $F_4 = 450 \text{ N}$ .

Gesucht:

- a) der Betrag der Resultierenden,
- b) der Richtungswinkel  $\alpha_T$



Vektorenrechnung				
Eingabefelder			Ergebnisse	
Kräfte	Kraft	Winkel	X-Anteil	Y-Anteil
Nr.	N od. kN	$\alpha$ [°]	$F \cdot \cos \alpha$	$F \cdot \sin \alpha$
F1	400,00	120,00	-200,00	346,41
F2	500,00	45,00	353,55	353,55
F3	350,00	0,00	350,00	0,00
F4	450,00	-90,00	0,00	-450,00
F5			0,00	0,00
F6			0,00	0,00
F7			0,00	0,00
<b>Ergebnis <math>F_R</math></b>	<b>562,18</b>	<b>26,40</b>	<b>503,55</b>	<b>249,96</b>
Version	3.0		Summe der X- u. Y-Anteile	

Die Berechnung des Winkels der Resultierenden  $\alpha$  mit der Formel  $\alpha = \text{ARCTAN}(Y/X)$  ergibt zwar einen Winkel, die Zuordnung zum richtigen Quadranten muss aber selbst getroffen werden.

Zuerst muss auf Grund der Angabe der richtige Quadrant bestimmt werden und dann gilt folgende Korrektur für den richtigen Winkel:

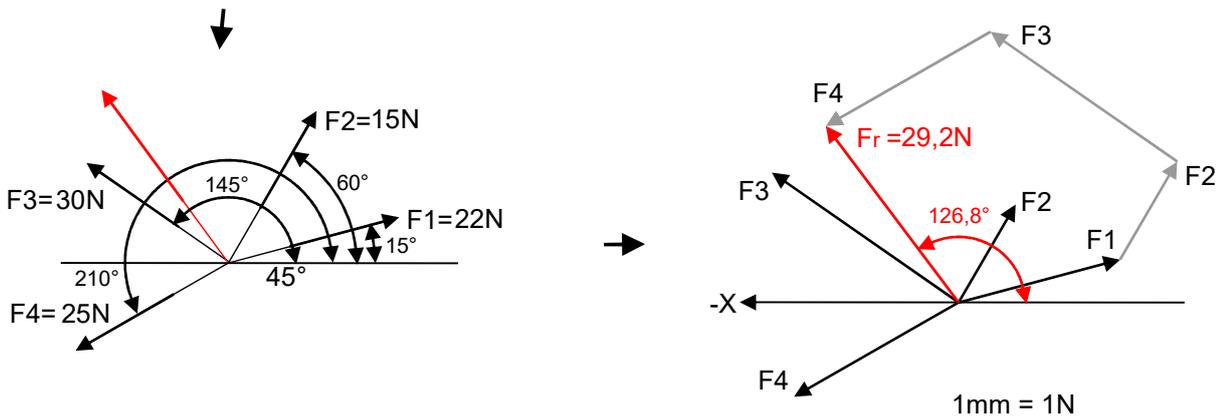
1. Qu. .... $\alpha = \text{ARCTAN}(Y/X)$
2. Qu. .... $\alpha = 180^\circ - \text{ARCTAN}(Y/X)$
3. Qu. .... $\alpha = 180^\circ + \text{ARCTAN}(Y/X)$
4. Qu. .... $\alpha = 360^\circ - \text{ARCTAN}(Y/X)$

37

Ein zentrales Kräftesystem besteht aus den Kräften  $F_1 = 22 \text{ N}$ ,  $F_2 = 15 \text{ N}$ ,  $F_3 = 30 \text{ N}$  und  $F_4 = 25 \text{ N}$ . Die Richtungswinkel der vier Kräfte betragen  $\alpha_1 = 15^\circ$ ,  $\alpha_2 = 60^\circ$ ,  $\alpha_3 = 145^\circ$ ,  $\alpha_4 = 210^\circ$

Gesucht:

- a) der Betrag der Resultierenden  $F_R$ ,
- b) ihr Richtungswinkel  $\alpha_r$ .



Vektorenrechnung				
Eingabefelder		Ergebnisse		
Kräfte Nr.	Kraft N od. kN	Winkel $\alpha$ [°]	X-Anteil $F \cdot \cos \alpha$	Y-Anteil $F \cdot \sin \alpha$
F1	22,00	15,00	21,25	5,69
F2	15,00	60,00	7,50	12,99
F3	30,00	145,00	-24,57	17,21
F4	25,00	210,00	-21,65	-12,50
F5			0,00	0,00
F6			0,00	0,00
F7			0,00	0,00
<b>Ergebnis <math>F_R</math></b>	<b>29,20</b>	<b>126,76</b>	<b>-17,47</b>	<b>23,39</b>
Version	3.0		Summe der X- u. Y-Anteile	

Die Berechnung des Winkels der Resultierenden  $\alpha$  mit der Formel  $\alpha = \text{ARCTAN}(Y/X)$  ergibt zwar einen Winkel, die Zuordnung zum richtigen Quadranten muss aber selbst getroffen werden.

Zuerst muss auf Grund der Angabe der richtige Quadrant bestimmt werden und dann gilt folgende Korrektur für den richtigen Winkel:

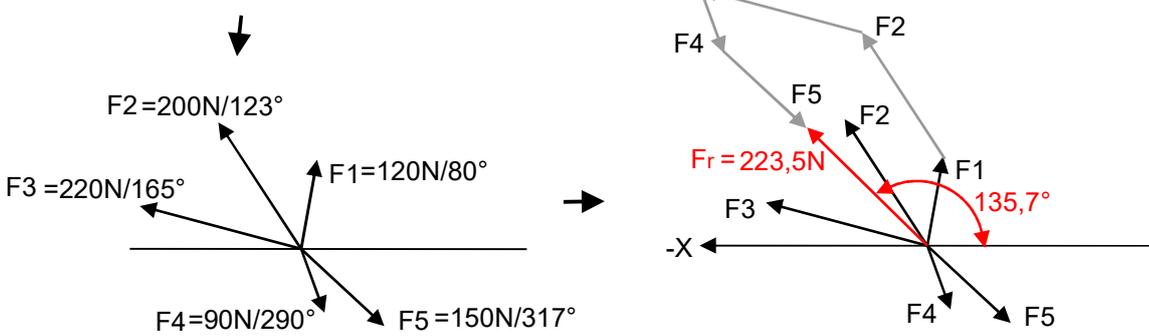
1. Qu. ...  $\alpha = \text{ARCTAN}(Y/X)$
2. Qu. ...  $\alpha = 180^\circ - \text{ARCTAN}(Y/X)$
3. Qu. ...  $\alpha = 180^\circ + \text{ARCTAN}(Y/X)$
4. Qu. ...  $\alpha = 360^\circ - \text{ARCTAN}(Y/X)$

38

In einem zentralen Kräftesystem wirken die Kräfte  $F_1 = 120 \text{ N}$ ,  $F_2 = 200 \text{ N}$ ,  $F_3 = 220 \text{ N}$ ,  $F_4 = 90 \text{ N}$  und  $F_5 = 150 \text{ N}$ . Die Richtungswinkel betragen  $\alpha_1 = 80^\circ$ ,  $\alpha_2 = 123^\circ$ ,  $\alpha_3 = 165^\circ$ ,  $\alpha_4 = 290^\circ$ ,  $\alpha_5 = 317^\circ$

Gesucht:

- a) der Betrag der Resultierenden  $F_r$ ,
- b) ihr Richtungswinkel  $\alpha_r$ .



Vektorenberechnung				
Eingabefelder		Ergebnisse		
Kräfte	Kraft	Winkel	X-Anteil	Y-Anteil
Nr.	N od. kN	$\alpha [^\circ]$	$F \cdot \cos \alpha$	$F \cdot \sin \alpha$
F1	120,00	80,00	20,84	118,18
F2	200,00	123,00	-108,93	167,73
F3	220,00	165,00	-212,50	56,94
F4	90,00	290,00	30,78	-84,57
F5	150,00	317,00	109,70	-102,30
F6			0,00	0,00
F7			0,00	0,00
<b>Ergebnis <math>F_r</math></b>	<b>223,53</b>	<b>135,75</b>	<b>-160,11</b>	<b>155,98</b>
Version	3.0		Summe der X- u. Y-Anteile	

Die Berechnung des Winkels der Resultierenden  $\alpha$  mit der Formel  $\alpha = \text{ARCTAN}(Y/X)$  ergibt zwar einen Winkel, die Zuordnung zum richtigen Quadranten muss aber selbst getroffen werden.

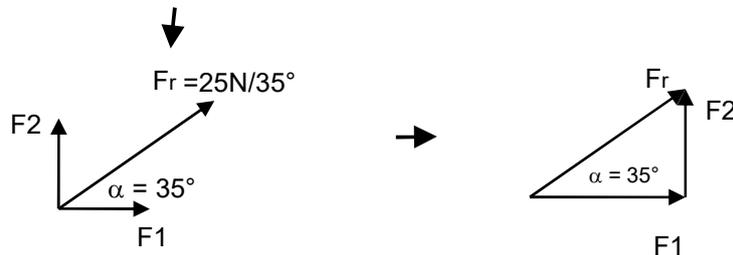
Zuerst muss auf Grund der Angabe der richtige Quadrant bestimmt werden und dann gilt folgende Korrektur für den richtigen Winkel:

1. Qu. ... $\alpha = \text{ARCTAN}(Y/X)$
2. Qu. ... $\alpha = 180^\circ - \text{ARCTAN}(Y/X)$
3. Qu. ... $\alpha = 180^\circ + \text{ARCTAN}(Y/X)$
4. Qu. ... $\alpha = 360^\circ - \text{ARCTAN}(Y/X)$

40

Eine Kraft  $F = 25 \text{ N}$  soll in zwei rechtwinklig aufeinander stehende Komponenten  $F_1$  und  $F_2$  zerlegt werden. Die Wirklinien von  $F$  und  $F_1$  sollen den Winkel  $\alpha = 35^\circ$  einschließen.

Die Beträge von  $F_1$  und  $F_2$  sind zu ermitteln.



$$\cos \alpha = AK/Hy \rightarrow AK = Hy * \cos \alpha = 25 \text{ N} * 0,82 = 20,47 \text{ N}$$

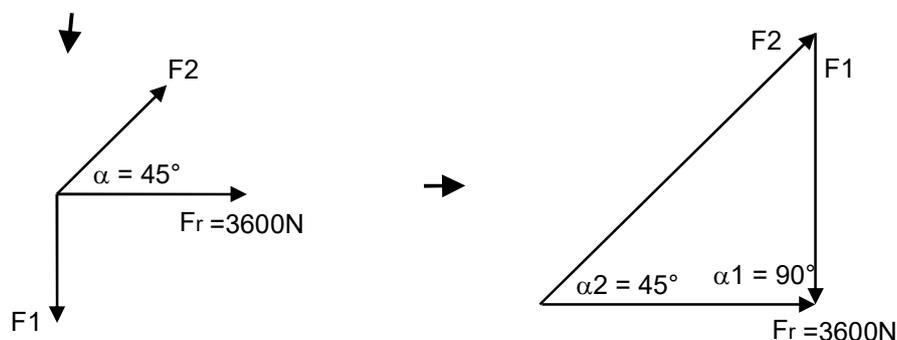
$$\sin \alpha = GK/Hy \rightarrow GK = Hy * \sin \alpha = 25 \text{ N} * 0,57 = 14,34 \text{ N}$$



41

Eine Kraft  $F = 3600 \text{ N}$  soll in zwei Komponenten  $F_1$  und  $F_2$  zerlegt werden, deren Wirklinien unter den Winkeln  $\alpha_1 = 90^\circ$  und  $\alpha_2 = 45^\circ$  zur Wirklinie von  $F$  liegen.

Wie groß sind die Beträge der Kräfte  $F_1$  und  $F_2$ ?



$$\tan \alpha = GK / AK \rightarrow GK = AK * \tan \alpha = 3600 \text{ N} * 1 = 3600 \text{ N}$$

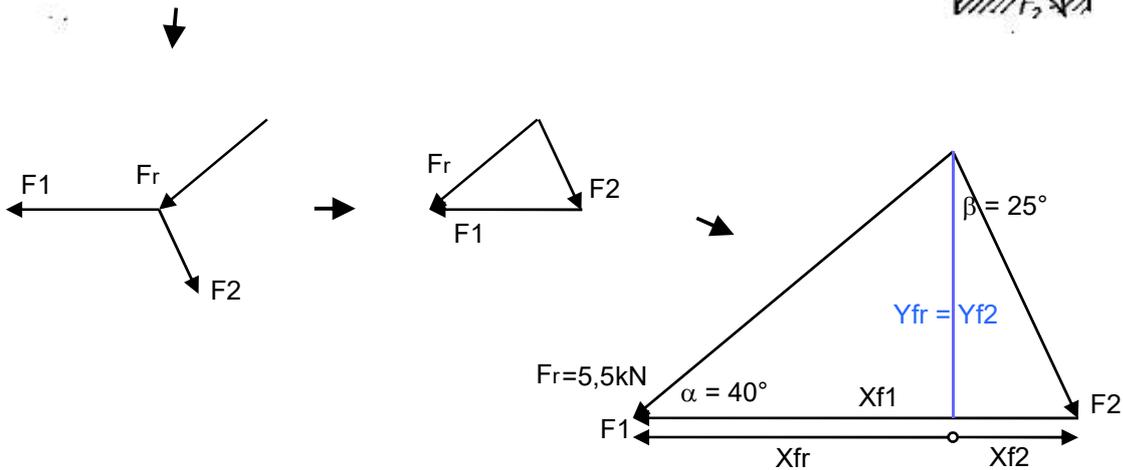
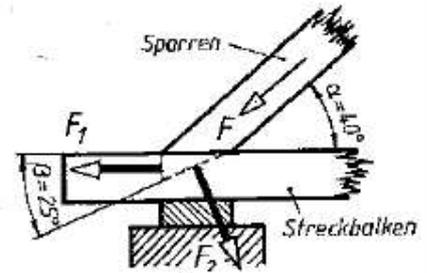
$$\cos \alpha = AK / Hy \rightarrow Hy = AK / \cos \alpha = 3600 \text{ N} / 0,7 = 5091 \text{ N}$$

In diesem konkreten Beispiel sind bei  $\alpha = 45^\circ$   $F_r$  und  $F_1$  die Seiten eines Quadrates und  $F_2$  die Diagonale. Somit gilt auch  $F_2 = F_r * 1,4142$  ( die Wurzel aus 2) und das ergibt ebenso 5091N für  $F_2$ .

44

Der Sparren (Strebe) eines hölzernen Dachstuhls ist durch einen einfachen Versatz mit dem Streckbalken (Schwelle) verbunden. Die Kraft  $F = 5,5 \text{ kN}$  in der Strebe wirkt unter dem Winkel  $\alpha = 40^\circ$  auf den Streckbalken. Dort zerlegt sich  $F$  in die Komponenten  $F_1$  und  $F_2$ , die rechtwinklig auf ihren Stützflächen stehen.

Wie groß sind die Komponenten  $F_1$  und  $F_2$  ?



$$X_{fr} = F_r \cdot \cos \alpha = 5,5 \text{ kN} \cdot \cos 40^\circ = 4,213 \text{ kN}$$

$$Y_{fr} = F_r \cdot \sin \alpha = 5,5 \text{ kN} \cdot \sin 40^\circ = 3,5353 \text{ kN}$$

$$\tan \beta = X_{f2} / Y_{fr} \rightarrow X_{f2} = Y_{fr} \cdot \tan \beta = 3,5353 \cdot \tan 25^\circ = 1,648 \text{ kN}$$

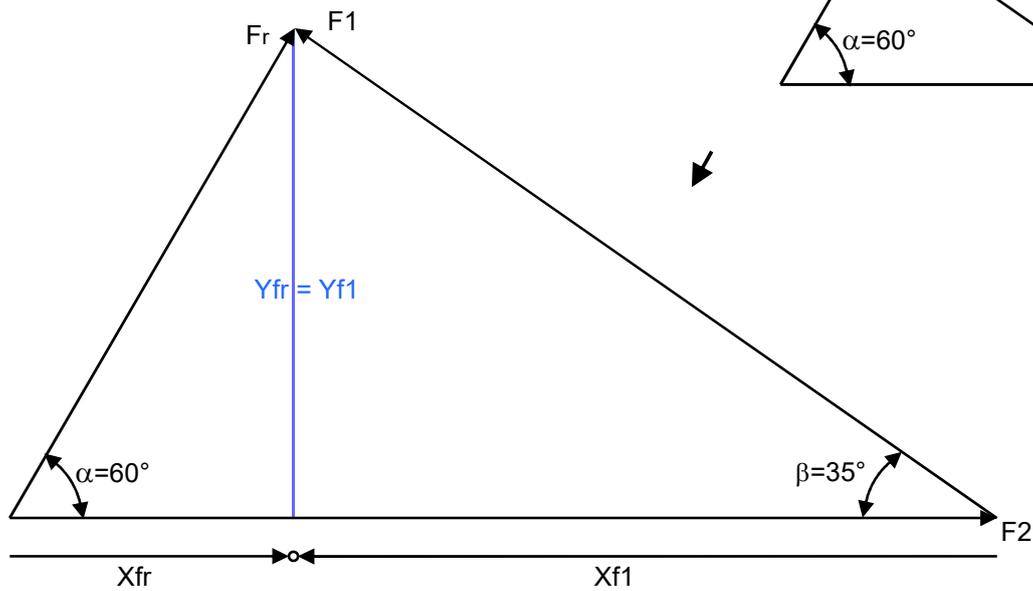
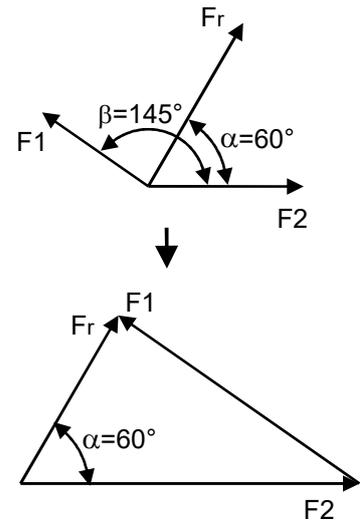
$$F_1 = X_{fr} + X_{f2} = 4,213 \text{ kN} + 1,648 \text{ kN} = 5,861 \text{ kN}$$

$$\cos \beta = Y_{fr} / F_2 \rightarrow F_2 = Y_{fr} / \cos \beta = 3,5353 \text{ kN} / \cos 25^\circ = 2,90 \text{ kN}$$

45

Zwei Kräfte  $F_1$  und  $F_2$  wirken unter dem Winkel  $\alpha = 145^\circ$  zueinander. Ihre Resultierende beträgt  $F_r = 75 \text{ N}$ . Sie schließt mit der Kraft  $F_2$  den Winkel  $\beta = 60^\circ$  ein.

Wie groß sind die Beträge von  $F_1$  und  $F_2$ ?



$$X_{fr} = F_r \cdot \cos\alpha = 75 \text{ N} \cdot \cos 60^\circ = 37,5 \text{ N}$$

$$Y_{fr} = F_r \cdot \sin\alpha = 75 \text{ N} \cdot \sin 60^\circ = 64,95 \text{ N}$$

$$\tan\beta = Y_{fr} / X_{f1} \rightarrow X_{f1} = Y_{fr} / \tan\beta = 64,95 / \tan 35^\circ = 92,76 \text{ N}$$

$$F_2 = X_{fr} + X_{f1} = 37,5 \text{ N} + 92,76 \text{ N} = 130,3 \text{ N}$$

$$\sin\beta = Y_{fr} / F_1 \rightarrow F_1 = Y_{fr} / \sin\beta = 64,95 \text{ N} / \sin 35^\circ = 113,2 \text{ N}$$