

## Drei Zylinder liegen in einer Schachtel (67)

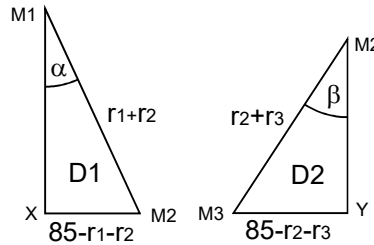
Gegeben: Z1, Z2, Z3, gemäß der Zeichnung  
 Gesucht: Die Kräfte in den Punkten A B D C E F

Klar ist, dass die Kraft im Punkt F die Summe der einzelnen Gewichtskräfte ist, also die Summe der vertikalen Kräftevektoren, im gegebenen Fall 10N.

1) Um die "schrägen" Kräfte in B und D zu berechnen, sind die Winkel der Kräfdreiecke erforderlich, daher steht am Beginn die geometrische Berechnung des Systems.

$$\alpha = \arcsin((85-r_1-r_2)/(r_1+r_2)) = \arcsin(25/60) = 24,6^\circ$$

$$\beta = \arcsin((85-r_2-r_3)/(r_2+r_3)) = \arcsin(30/55) = 33,1^\circ$$



2) Mit den berechneten Winkeln können die Kräfte ermittelt werden.

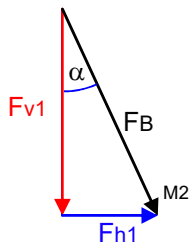
Die Kraft FB (die Kraft durch den Punkt B) wird über die COS-Funktion berechnet:

$$F_B = F_1 / \cos(\alpha) = 3N / \cos(24,6^\circ) = 3,3N$$

Die Kraft FA (zu Punkt A) wird über die TAN-Funktion berechnet:

$$F_A = F_1 * \tan(\alpha) = 3N * \tan(24,6^\circ) = 1,374N$$

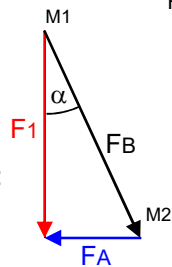
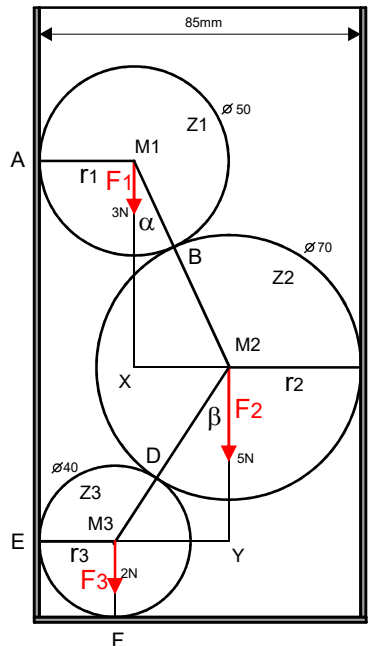
3) Auf den Zylinder Z2 wirkt die schräge Kraft FB, die in zwei Komponenten aufgeteilt wird, eine horizontale (Fh1), die auf Punkt C wirkt und eine vertikale (Fv1), die zu der eigenen Gewichtskraft F2 addiert wird. Fb und alpha sind bekannt.



$$F_{h1} = -F_A = F_B * \sin(\alpha) = 3,3N * \sin(24,6^\circ) = 1,374N$$

$$F_{v1} = F_B * \cos(\alpha) = 3,3N * \cos(24,6^\circ) = 3N \dots \text{natürlich } F_1!!$$

Diese beiden Kräfte sind unabhängig von der Eigengewichtskraft oder der Position von Z2 und deren Wirkung auf Z3.

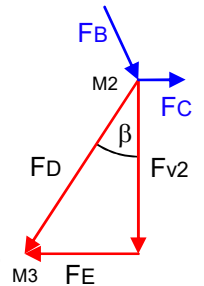


4) Betrachtung von der Wirkung von Z2 auf Z3

$$F_{v2} = F_1 + F_2 = 8N$$

$$F_D = (F_1 + F_2) / \cos(\beta) = (3N + 5N) / \cos(33,1^\circ) = 9,55N$$

Diese Kraft wird in Z3 wie vorher in Z2 in eine horizontale und eine vertikale Komponente zerlegt:



5) Zylinder Z3

$$F_E = F_D * \sin(\beta) = 9,55N * \sin(33,1^\circ) = 5,22N$$

$$F_C = \text{ASK } F_E + F_{h1} = 5,22N + 1,37N = 6,59N$$

ASK = Abstützkraft von Fe zu Punkt C

$$F_{v2} = F_D * \cos(\beta) = 9,55N * \cos(33,1^\circ) = 8N = F_1 + F_2$$

Für die Kraft FF kommt noch die Gewichtskraft von Z3 hinzu:

$$F_F = F_{v2} + F_3 = 8N + 2N = 10N = F_1 + F_2 + F_3$$

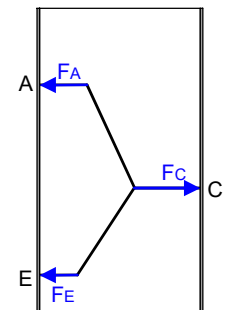
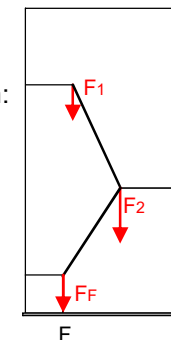
### Schlussbemerkung:

In den unteren beiden Darstellungen der horizontalen und der vertikalen Kräfte ist zu erkennen, dass die Summe der vertikalen Kräfte F1, F2, F3 die Bodenkraft FF ergibt und die horizontalen Kräfte (jene, die sich an den Seitenwänden der Schachtel abstützen) einander aufheben müssen:

$$\leftarrow \leftarrow \rightarrow \rightarrow$$

$$F_A + F_E = F_C$$

(siehe obige Berechnung)



## Zusätzliche Betrachtungen und Bemerkungen:

1) Im Lehrbuch in dem eine sehr ähnliche Aufgabe gestellt ist, ist von Zylindern in einem Kasten geschrieben. Unter einem Kasten stellt man sich durchaus etwas viel größeres vor, jedenfalls nichts, was nur 85mm breit ist.

2) Dies führte zu einer weiteren maschinenbaulichen Aufgabe, die Länge der Zylinder zu berechnen, wenn diese z. B. aus Aluminium wären (aus Stahl wären sie etwa 1/3 kürzer, da könnte man schon von Scheiben sprechen).

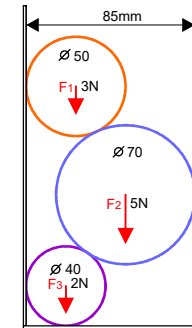
Zahl	durchm	Fg	spez.G	m	V	l
	mm	N	g/cm <sup>3</sup>	g	cm <sup>3</sup>	mm
1	50	3	2,7	305,81	113,26	56,93
2	70	5	2,7	509,68	188,77	48,41
3	40	2	2,7	203,87	75,51	59,30
4						
5	50	3	7,87	305,81	38,86	19,53
6	70	5	7,87	509,68	64,76	16,61
7	40	2	7,87	203,87	25,91	20,35
8						
Eingabefelder						Ergebnis

Die ersten drei Zeilen sind die Werte von Aluminiumzylindern, die Zeilen 5 bis 7 sind die Werte für Stahlzylinder.

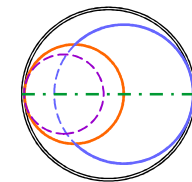
Wie sehr oft, sind Beispiele aus Lehrbüchern mehr oder weniger wirklichkeitsfremd und daher habe ich bei den gegebenen Maßen die Länge der Zylinder berechnet, die in einer Schachtel sind.

3) Gelten die Berechnungen auch für Kugeln mit gleichem Durchmesser in einem zylindrischen Behälter? Und aus welchem Material wären solche Kugeln?

Wie aus der rechten Zeichnung zu sehen und zu erkennen ist, würden sich die Kugeln im Zylinder so ausrichten, dass ihre Mittelpunkte in einer Ebene lägen.



Daher gelten die auf der Vorseite berechneten Kräfte sowohl für Zylinder in einer Schachtel, als auch für Kugeln in einem Zylinder.



4) Aus welchem Material könnten diese Kugeln sein?

Zahl	durchm	Fg	Volumen	m	Dichte	Material	Dichte
	mm	N	cm <sup>3</sup>	g	g/cm <sup>3</sup>	ähnlich	g/cm <sup>3</sup>
1	50	3	65,45	305,81	4,67	Titan	4,5
2	70	5	179,59	509,68	2,84	Granit	2,8
3	40	2	33,51	203,87	6,08	Vanadium	6,12

Ich lade euch ein, all diese Werte nachzurechnen, bei Fragen dazu nehmt bitte über "Kontakt" am Seitenende Verbindung zu mir auf.

Stellt sich nur noch die Frage, was macht eine Titan-, Vanadium- und Granitkugel in einem zylindrischen Behälter?