

Nicht lineare Widerstände - temperaturabhängige Widerstände

Um wie viele Prozent ändert ein Kupfer- oder Aluminiumdraht seinen Widerstand, wenn sich seine Temperatur um 10°C, von 20°C auf 30°C, erhöht? **α bei fast allen Beispielen auf 0,004 gerundet.** (Zur besseren Übersicht kann ein Ausgangswiderstand von 100Ω bei 20°C angenommen werden.)

1) Mit allgemeiner Formel

$$R_w = R_k (1 + \alpha * \Delta\vartheta)$$

$$R_w / R_k = 1 + \alpha * \Delta\vartheta$$

$$R_w / R_k = 1 + 0,004\text{K}^{-1} * 10^\circ\text{C}$$

$$R_w / R_k = 1,04 \text{ daraus } R_w = 1,04 * R_k \text{ **der Widerstand erhöht sich um 4%**}$$

2) Mit angenommenen Widerstand $R_k = 100\Omega$ (zur besseren Übersicht)

$$R_w = R_k (1 + \alpha * \Delta\vartheta)$$

$$R_w = 100\Omega (1 + 0,004\text{K}^{-1} * 10^\circ\text{C})$$

$$R_w = 104\Omega \text{ **der Widerstand erhöht sich um 4%.**}$$

Dies gilt als **Merkregel**, dass der Widerstand bei vielen metallischen Leitern pro 10°C Temperaturerhöhung etwa um 4% steigt (α auf 0,004 gerundet).

3) Mit vereinfachter Formel mit ΔR

$$\Delta R = R_{20} * \alpha * \Delta\vartheta$$

$$\Delta R = 100\Omega * 0,004\text{K}^{-1} * 10^\circ\text{C}$$

$$\Delta R = 4\Omega, R_w = R_k + \Delta R = 100\Omega + 4\Omega = 104\Omega \text{ **der Widerstand erhöht sich um 4%**}$$

Weiteres Beispiel: Eine Kupferleitung erwärmt sich im Betrieb von 20°C auf 50°C. Um wie viele Prozent erhöht sich der Widerstand?

$$R_w = R_k (1 + \alpha * \Delta\vartheta)$$

$$R_w / R_k = 1 + \alpha * \Delta\vartheta$$

$$R_w / R_k = 1 + 0,00393\text{K}^{-1} * 30^\circ\text{C}$$

$$R_w / R_k = 1,12 \text{ **daraus folgt der Widerstand erhöht sich um 12%**}$$

Im Verhältnis zum vorigen Beispiel ist zu erkennen, dass bei 3-facher Steigerung der Temperatur auch die prozentuelle Erhöhung des Widerstandes auf das 3-Fache steigen muss!

Die Kupferwicklung eines Transformators hat bei 15°C einen Widerstand von 3,8Ω. Bei Vollast steigt der Widerstand auf 4,6Ω. Welche Temperatur hat die Wicklung bei Vollast?

$$R_w = R_k * (1 + \alpha * \Delta\vartheta)$$

$$R_w = R_k * (1 + \alpha * (\vartheta_w - \vartheta_k)) \quad /: R_k$$

$$R_w / R_k = 1 + \alpha * (\vartheta_w - \vartheta_k) \quad /-1$$

$$R_w / R_k - 1 = \alpha * (\vartheta_w - \vartheta_k) \quad /:\alpha$$

$$(R_w / R_k - 1) / \alpha = \vartheta_w - \vartheta_k$$

$$\vartheta_w = ((R_w / R_k - 1) / \alpha) + \vartheta_k$$

$$\vartheta_w = ((4,6\Omega / 3,8\Omega) - 1) / 0,004 + 15^\circ\text{C} = \mathbf{68,6^\circ\text{C}}$$

Eine Relaispule aus Kupfer nimmt an 24V im kalten Zustand (20°C) einen Strom von 200mA auf. Im Betrieb erwärmt sich die Spule und nimmt nur noch einen Strom von 150mA auf. Auf welche Betriebstemperatur erwärmt sich die Spule?

$$R_{20} = U / I_{20} = 24\text{V} / 0,2\text{A} = 120\Omega$$

$$R_w = U / I_w = 24\text{V} / 0,15\text{A} = 160\Omega$$

$$R_w = R_k * (1 + \alpha * \Delta\vartheta)$$

$$R_w = R_k * (1 + \alpha * (\vartheta_w - \vartheta_k)) \quad /: R_k$$

$$R_w / R_k = 1 + \alpha * (\vartheta_w - \vartheta_k) \quad /-1$$

$$R_w / R_k - 1 = \alpha * (\vartheta_w - \vartheta_k) \quad /:\alpha$$

$$(R_w / R_k - 1) / \alpha = \vartheta_w - \vartheta_k$$

$$\vartheta_w = ((R_w / R_k - 1) / \alpha) + \vartheta_k$$

$$\vartheta_w = ((160\Omega / 120\Omega) - 1) / 0,004 + 20^\circ\text{C} = 103,3^\circ\text{C}$$

Temperatur-
koeffizient α

Aluminium	$4,0 \cdot 10^{-3}$	Aldrey (AlMgSi)	$3,6 \cdot 10^{-3}$	Kohlenstoff	$-0,5 \cdot 10^{-3}$
Blei	$4,2 \cdot 10^{-3}$	Berylliumbronze	$0,5 \cdot 10^{-3}$	Graphit	$-0,2 \cdot 10^{-3}$
Eisen (rein)	$6,57 \cdot 10^{-3}$	Manganin	$\pm 0,04 \cdot 10^{-3}$	Silizium	$-75 \cdot 10^{-3}$
Gold	$3,7 \cdot 10^{-3}$	Konstantan	$\pm 0,01 \cdot 10^{-3}$	Germanium	$-48 \cdot 10^{-3}$
Kupfer	$3,93 \cdot 10^{-3}$	Isaohm	$\pm 0,003 \cdot 10^{-3}$		
Nickel	$6,0 \cdot 10^{-3}$	Messing	$1,6 \cdot 10^{-3}$		
Platin	$3,92 \cdot 10^{-3}$	Weicheisen (4 %)	$0,9 \cdot 10^{-3}$		
Quecksilber	$0,9 \cdot 10^{-3}$	Stahl C15	$5,7 \cdot 10^{-3}$		
Silber	$3,8 \cdot 10^{-3}$				
Tantal	$3,3 \cdot 10^{-3}$				
Wolfram	$4,4 \cdot 10^{-3}$				

Ein Heizkörper mit Nickelindraht ($\alpha = 0,00015 \text{ K}^{-1}$) hat bei 20°C einen Widerstand von 46Ω . Im Betrieb mit 230V erreicht der Widerstand eine Temperatur von 200°C .

Welchen Strom (I_{20}) nimmt der Heizkörper unmittelbar nach dem Einschalten (bei 20°C) und nach längerem Betrieb (I_{200}) auf?

$$I_{20} = U / R_{20} = 230\text{V} / 46\Omega = 5\text{A}$$

$$R_w = R_k * (1 + \alpha * \Delta\vartheta)$$

$$R_w = 46\Omega * (1 + 0,00015 \text{ K}^{-1} * (200^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C}))$$

$$R_w = 47,24\Omega$$

$$I_{200} = U / R_{200} = 230\text{V} / 47,24\Omega = \mathbf{4,87\text{A}}$$

Ein Temperaturfühler aus einer Wicklung aus Platin ($\alpha = 0,00385 \text{ K}^{-1}$) hat bei 0°C einen Widerstand von 100Ω (PT100).

Wie groß ist der Widerstand bei -10°C , $+10^\circ\text{C}$, $+20^\circ\text{C}$, $+30^\circ\text{C}$ und 40°C ?

Es wird die Grundformel benützt und die Ergebnisse in einer Tabelle dargestellt.

$$R_w = R_0 * (1 + \alpha * \Delta\vartheta)$$

$$R_{-10} = 100\Omega * ((1 + 0,00385 \text{ K}^{-1}) * (-10^\circ\text{C})) = 96,15\Omega$$

$$R_{0} = 100\Omega * ((1 + 0,00385 \text{ K}^{-1}) * 0^\circ\text{C}) = 100\Omega$$

$$R_{10} = 100\Omega * ((1 + 0,00385 \text{ K}^{-1}) * 10^\circ\text{C}) = 103,85\Omega$$

$$R_{20} = 100\Omega * ((1 + 0,00385 \text{ K}^{-1}) * 20^\circ\text{C}) = 107,70\Omega$$

$$R_{30} = 100\Omega * ((1 + 0,00385 \text{ K}^{-1}) * 30^\circ\text{C}) = 111,55\Omega$$

$$R_{40} = 100\Omega * ((1 + 0,00385 \text{ K}^{-1}) * 40^\circ\text{C}) = 115,40\Omega$$

Eingabe		ϑ	$\Delta\vartheta$	Ergebnis
α	0,00385	-10	-10	96,15
R_0	100	0	0	100,00
		10	10	103,85
		20	20	107,70
		30	30	111,55
		40	40	115,40